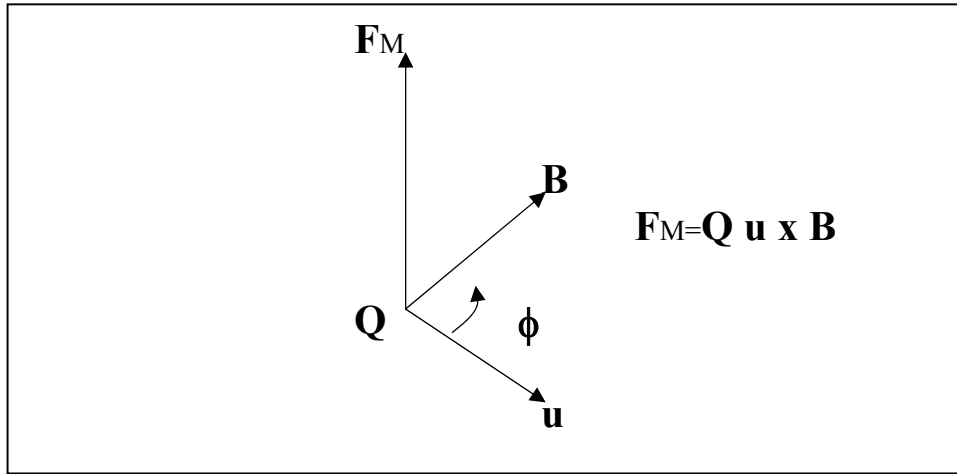


MANYETİK ALAN (2)

Buraya kadar manyetikte kuvvetten hiç bahsetmedik. Herhangi bir yük manyetik alan içerisinde u hızıyla girdiğinde manyetik alandan dolayı bir sapmaya uğrar. Bu daha önce elektrik alanında öğrendiğimiz elektrik alanının bir yüke kuvveti şeklinde açıklanıp $F_E = QE$ ile ifade edilmişti. Buradaki kuvvet elektrik alanla aynı yöndedir. Aynı parçacık u hızıyla manyetik alan içerisinde girdiğinde manyetik alandan dolayı bir kuvvet uygulanır, fakat burada kuvvetin yönü daima u hızıyla hareket eden yükün ve manyetik alanın oluşturduğu düzleme diktir. Kısaca u ile B nin vektör çarpımıdır. Bu $F_M = Qu \times B$ ile ifade edilir. Bu bilgiler ışığında hareketli yüke etki eden toplam yük

$$F = F_E + F_M = Q(E + u \times B) \quad (1)$$

ile verilir. Bu ifadeye *Lorentz kuvvet denklemi* denir. Şekil 1 de manyetik alan, parçacığın hız vektörü ve kuvvetin yönü gösterilmiştir.



Şekil 1. Manyetik alan içinde u hızıyla hareket eden parçacığa etkiyen manyetik kuvvet.

Daha önceki derslerimizden hatırlayacağımız gibi eğer bir telden akım geçerse bu telin etrafında manyetik alan oluşturur. Eğer bu manyetik alan içerisinde bir yük konulursa bu yüke manyetik alandan dolayı hiç kuvvet etki etmez. Manyetik kuvvetin etkili olabilmesi için yükün hareket etmesi gerekir.

Eğer iki telden akım geçerse bu durumda teller birbirlerine kuvvet uygularlar, akımlar aynı yönde olduğunda teller birbirlerini çekerler. İki telden geçen akımlar ters yönde ise teller birbirlerini iterler. Bu durumda herhangi bir yüke etki eden manyetik kuvvet

Elektromanyetik Teori Bahar 2005-2006 Dönemi

$$F_B = Qu \times B \quad (2)$$

ile gösterilmişti, l uzunluğunda telden geçen akım için bu kuvvet

$$F_B = il \times B \quad (3)$$

yazılabilir.

Akım uygulanan herhangi bir halka manyetik alan içerisine paralel olarak konulursa bu halka manyetik alandan dolayı dönme momentine maruz kalır. Manyetik dipol momenti $m = ISa_n$ ($A.m^2$) şeklinde verilmişti. Dönme momenti (torque) $T = m \times B$ ile verilir. T için birim $A.m^2 \times Tesla$ dır. Bu birim N.m olarak kullanılır.

Manyetik Dipol

Bu bölümde manyetik dipol bağıntıları verilecektir. Daha önceki derslerimizde elektrik dipol için elde edilen bağıntılar yardımıyla elde etmeye çalışacağız.

Elektrik alan için yaptığımız işlemleri hatırlarsak, ilk önce potansiyel bağıntısını elde ettik, daha sonra bu bağıntının bileşenlerine göre türevleri alındı ve Elektrik alanın üç bileşeni kartezyen koordinat sisteminde aşağıdaki şekilde bulunmuştu.

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{r^3} qd \quad (\text{elektriksel potansiyel})$$

$$P = qd \quad (\text{elektriksel dipol momenti})$$

$$E = -\nabla\phi$$

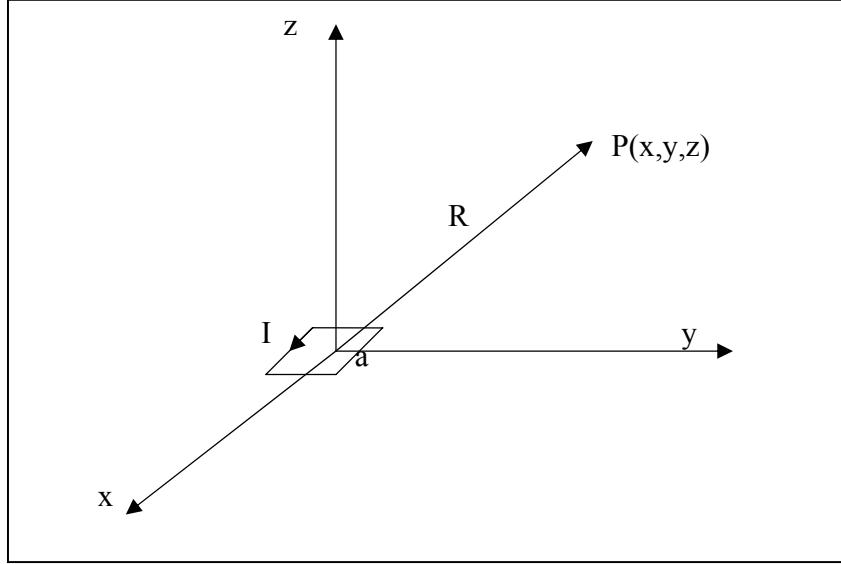
$$E_x = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{3xz}{r^5} \quad (4)$$

$$E_y = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{3yz}{r^5} \quad (5)$$

$$E_z = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5} \right) \quad (6)$$

Elektromanyetik Teori Bahar 2005-2006 Dönemi

Şimdi Şekil 2 deki bir manyetik dipol için, akım halkasından uzak bir noktada manyetik alan bileşenlerini hesaplayalım. Burada kolaylık sağlaması için elektrik dipol için çıkardığımız bağıntılardan yararlanacağız. Manyetik dipol içinde vektör potansiyel bağıntıları çıkarılarak elektrik dipol için yaptığımız benzer işlemler yapılabilir.



Şekil 2. Bir kenarı a olan içinden akım geçen bir tel ve uzak bir noktada manyetik alan bileşenleri ($R \gg a$, magnetik dipol)

Manyetik için dipol momenti $m = Ia^2$ (a karenin kenar uzunluğu) veya halkanın şekline göre eğer halka çember ise bu durumda $m = I\pi a^2$ (a yarıçap olmak üzere) ile verilir. (4), (5) ve (6) bağıntılarında $\frac{\rho}{4\pi\epsilon_0}$ ifadesi yerine $\frac{\mu_0 m}{4\pi}$ yazılırsa

$$B_x = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{3zx}{r^5} \quad (8)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{3zy}{r^5} \quad (9)$$

$$B_z = -\frac{\mu_0 m}{4\pi} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5} \right) \quad (10)$$

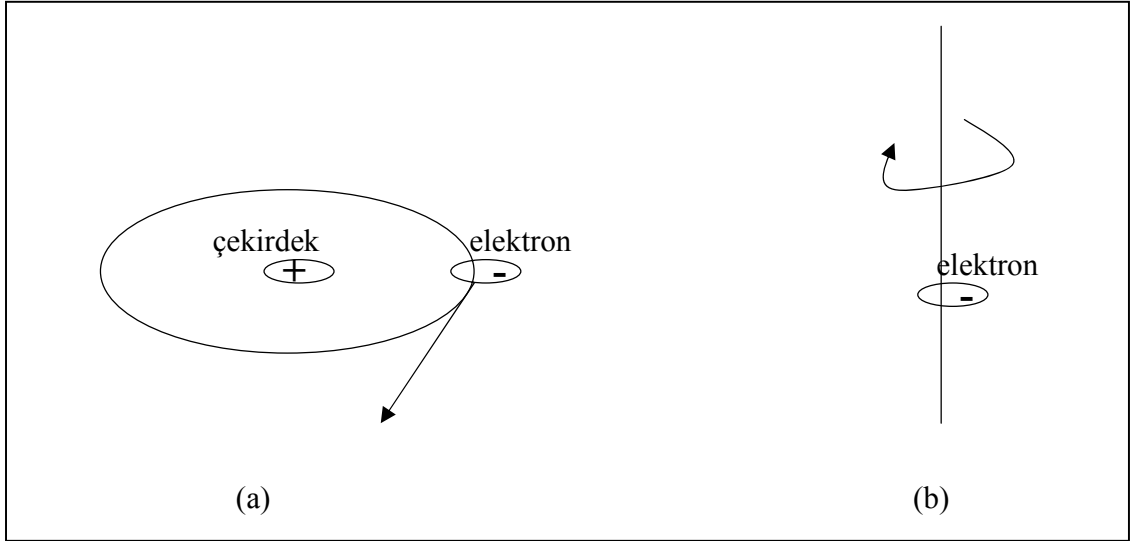
elde edilir. Bu son üç bağıntı manyetik dipol için dipolden R kadar uzaklıkta bir P noktasındaki manyetik alan bileşenleridir.

Malzemelerde manyetizma

Bildiğimiz gibi bütün elementler atomlardan yapılmıştır. Daha doğrusu çevremizde gördüğümüz her şey. Şekil 3 te bütün malzemelerin yapıldığı atom modeli verilmiştir. Burada çekirdek etrafında bulutumsu bir yörüngede hareket eden elektron da kendi eksenini etrafında dönme hareketi yapar. Dolayısıyla burada oluşan manyetik alan bu elektronun dönmesinden kaynaklanır. Bu aynen akım geçen bir telin etrafında oluşan manyetik alana benzerdir. Manyetik moment $m = IS$ ile hesaplanır. Eğer malzemenin etrafında manyetik alan yoksa, manyetik alan uygulanmıyorsa bu durumda elektronlardan kaynaklanan manyetik dipol momenti, rastgele yönelimler nedeniyle toplamları sıfırdır. Eğer malzeme civarında bir manyetik alan uygulanacak olursa bu durumda toplam manyetik dipol momenti sıfır değildir. Varsayalım malzemede N adet atom olsun bu durumda limiti sıfıra giden bir hacimde toplam manyetikleşme

$$M = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^N m_k}{\Delta v} \quad (11)$$

ile verilir.



Şekil 3. (a) çekirdek çevresinde dönen elektron, (b) elektronun dönme (spin) hareketi.

Şimdi $B = \mu_0 H$ bağıntısını hatırlayalım, manyetik alana M eklememiz gerekir. Toplam manyetikleşmeyi bulabilmek için bu durumda

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (12)$$

Elektromanyetik Teori Bahar 2005-2006 Dönemi

yazılabilir. Bu bağıntı doğrusal veya doğrusal olmayan bağıntılar için geçerlidir. Doğrusal malzemelerde (ortamlarda)

$$M = \chi_m H \quad (13)$$

ifadesi geçerlidir. χ_m ortamın manyetik duyarlılığıdır ve birimsizdir (boyutsuzdur). (13) denklemi (12) de yerine yazılırsa

$$B = \mu_0 (H + \chi_m H) = \mu_0 (1 + \chi_m) H = \mu H \quad (14)$$

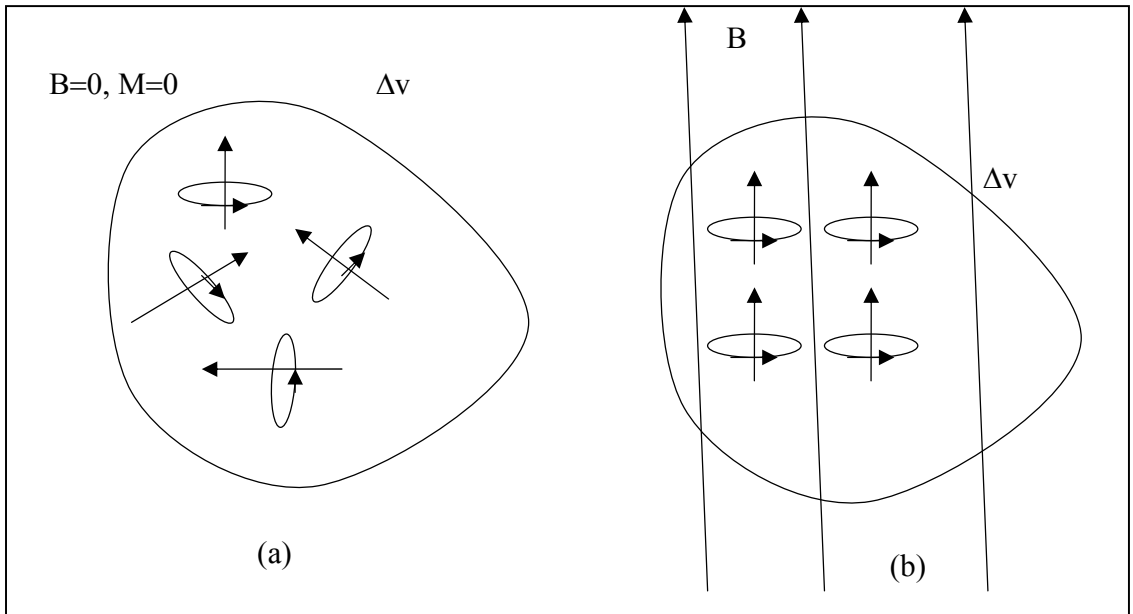
veya

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (15)$$

elde edilir. Burada

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (16)$$

bağıntıları elde edilir. μ malzemenin geçirgenliğidir (manyetik geçirgenlik, H/m). μ_r malzemenin görecel manyetik geçirgenliğidir. Elektrik alan için buna benzer bağıntılar elde etmiştik, manyetik alan da μ (Mu) oynadığı rolü elektrik alanda ϵ almıştı. Tekrar hatırlatmak gerekirse (13) ile (16) arasındaki bağıntılar doğrusal ve tekdüze ortamlar için geçerlidir.



Şekil 4. (a) Herhangi bir malzemenin içinde manyetik dipol momentleri manyetik alan yok. (b) Manyetik alan uygulandıktan sonra malzemenin manyetik momentindeki değişim.

Manyetik malzemelerin sınıflandırılması

Genel olarak manyetik malzemeler χ_m ortamın manyetik duyarlılığına ve μ_r malzemenin görecel manyetik geçirgenliğine göre sınıflandırılırlar. Buna göre manyetik olmayan bir malzeme için $\chi_m = 0$ ve $\mu_r = 1$ dir.

Genelde malzemeler: diamanyetik, paramanyetik ve ferromanyetik olarak üç sınıfta toplanabilirler (Şekil 5).

Diamanyetik malzemelerde, malzemenin içindeki elektronların oluşturduğu manyetik dipol momentinin toplamı sıfırdır (örnek: bizmut, bakır, elmas vb.) Bu tür malzemeler manyetik alan içine konulurlarsa, manyetik dipol momentleri malzemenin içinde uygulanan manyetik alanın tersi yönünde oluşur.

Malzeme içinde manyetik dipol momentleri sıfır değilse bu durumda malzeme ya paramanyetik ya da ferromanyetikdir.

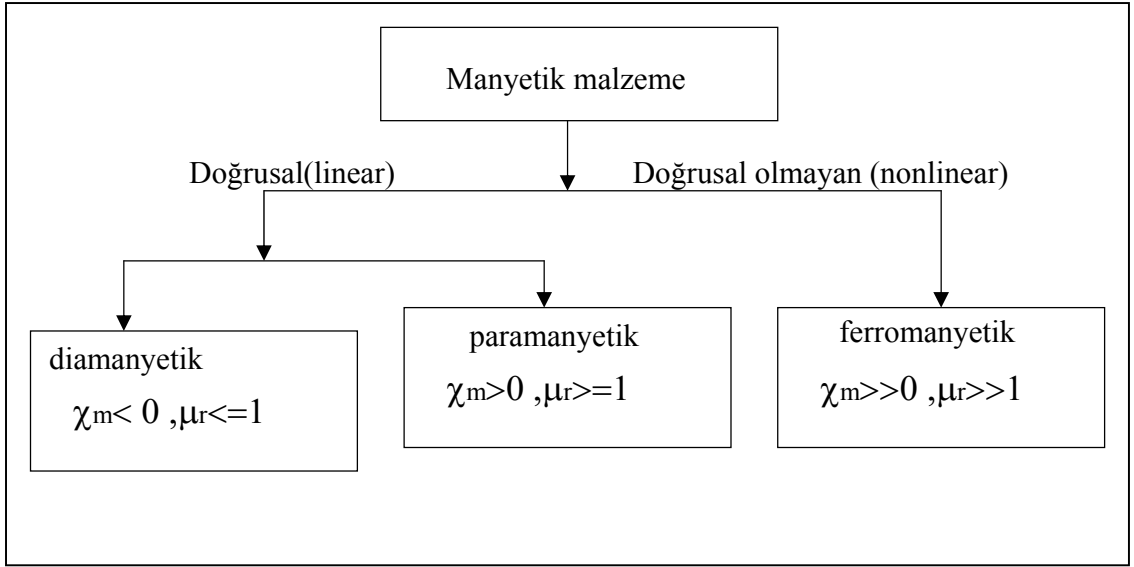
Paramanyetik malzemelere platin ve potasyum örnek olarak verilebilir. Malzemeler bir manyetik alan içine konulup, uygulanan manyetik alan artırılırsa malzemenin manyetik momentleri (manyetikleşmesi) belirli bir değere kadar artar. Belirli bir doyum noktasından sonra istediğimiz kadar dış manyetik alanı artırsak bile malzemenin manyetik alanında artma olmayacaktır. Dış manyetik alanı tekrar azalttığımızda, manyetik alan eğrisi dış manyetik alan artırırken izlediği yolu izlemez (*manyetik alan yoğunluğu (B) düşey eksen olmak üzere, yatay eksen manyetik alan şiddeti olarak çizilirse, malzemenin uygulanan dış manyetik alan altındaki davranış eğrisi histerisis eğrisi olarak bilinir (hysteresis)*).

Ayrıca paramanyetik ve ferromanyetik malzemeler sıcaklığa bağlı olarak değişirler.

Ferromanyetik malzemelerde manyetik dipol momentleri büyüktür. Demir, nikel, kobalt vb. örnek olarak verilebilir (demir için görecel manyetik geçirgenlik $\mu_r = 5000$ dir). Jeolojik kayaçlardan hematit ve manyetit bol miktarda demir içerdiğinden ferromanyetik kayaçlardır.

Ferromanyetik kayaçlar belirli bir sıcaklığa kadar (Curie sıcaklığı, demir için 770 derece) ısıtılırlarsa, paramanyetik olurlar, ısıtmaya devam ettiğimizde kalıcı mıknatıslık özelliklerini kaybederler. Malzemeler veya kayaçlar tekrar soğumaya maruz kaldığında, çevredeki manyetik alanın yönünde yönelirler.

Atlas okyanusu sırtında magmadan deniz tabanına çıkan sıcak kayaçlar (bazaltlar) suyla temas ettiklerinde hemen soğumaya başlarlar. Curie sıcaklıkları yaklaşık 600° C olan bu kayaçlar bu sıcaklıkların altına düştüklerinde, kayacın içinde bulunan demir parçacıkları o anki dünyanın manyetik alanı yönüne yönelirler. Bu kayaçların tekrar yönelimleri ancak bu Curie sıcaklığını aşmakla mümkündür



Şekil 5. Manyetik malzemelerin sınıflandırılması.

Manyetik Alan için Sınır Koşulları

Daha önce elektrik alan için incelediğimiz gibi manyetik alan içinde sınır koşullarının incelenmesi gerekir. Çünkü buraya kadar çıkarılan bağıntılar bir ortam içindi, eğer birden fazla ortam olursa bu durumda iki ortam arasındaki ara yüzeyde sınır koşullarının bilinmesi gerekir.

Daha önceki derslerimizden hatırlayacağımız gibi manyetizma için Gauss yasası

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (17)$$

ile verilir. Amper yasası ise

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (18)$$

bağıntılarıyla ifade edilir.

(17) ifadesini Şekil 6 daki limiti sıfıra giden silindir şekle uygulayalım ($\Delta h \rightarrow 0$).

$$B_{1n} \Delta S - B_{2n} \Delta S = 0$$

yazılabilir. Buradan

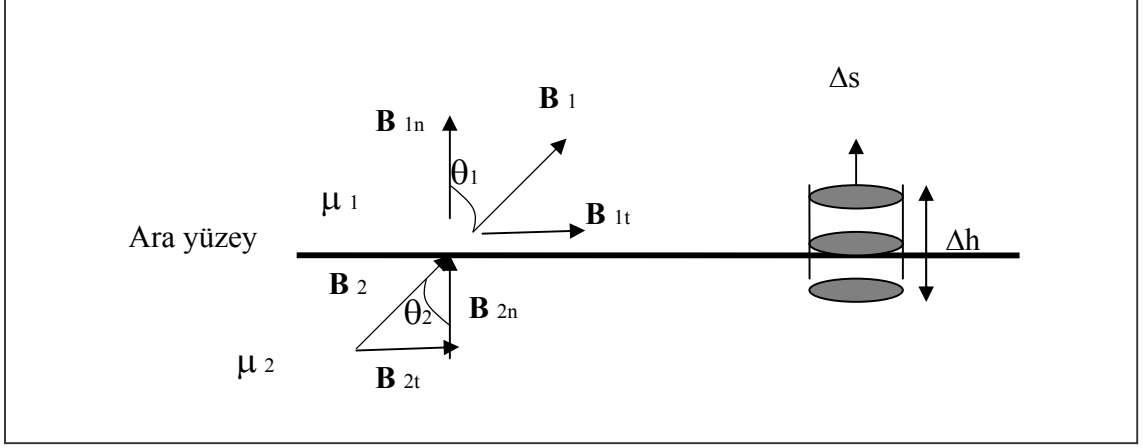
$$\boxed{B_{1n} = B_{2n}} \quad (19)$$

veya

$$\boxed{\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}} \quad (20)$$

Elektromanyetik Teori Bahar 2005-2006 Dönemi

elde edilir. B nin normal (dikey) bileşeni sınır boyunca süreklidir, fakat H nin normal bileşeni sınır boyunca süreksizdir.



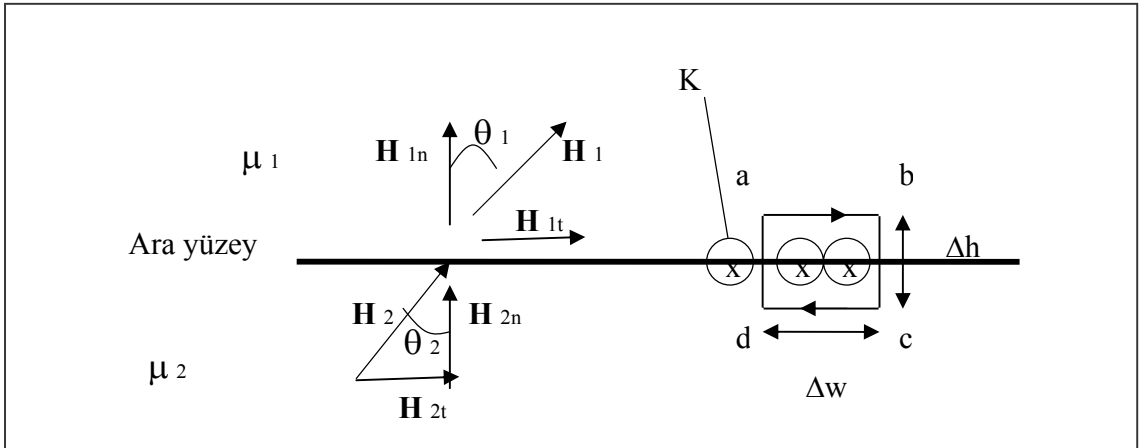
Şekil 6. İki farklı ara yüzeyde sınır koşulu (B için).

(18) denklemini Şekil 7 ye uygulayalım. Sınırdaki K yüzey akım yoğunluğu $abcd$ yoluna diktir. Bu durumda (18) gereğince

$$K \cdot \Delta w = H_{1t} \cdot \Delta w + H_{1n} \cdot \frac{\Delta h}{2} + H_{2n} \cdot \frac{\Delta h}{2} - H_{2t} \cdot \Delta w - H_{2n} \cdot \frac{\Delta h}{2} - H_{1n} \cdot \frac{\Delta h}{2}$$

$$\boxed{K = H_{1t} - H_{2t}} \quad (21)$$

elde edilir ($\Delta h \rightarrow 0$).



Şekil 7. İki farklı ara yüzeyde sınır koşulu (H için).

Elektromanyetik Teori Bahar 2005-2006 Dönemi

$$\boxed{\frac{B_{1t}}{\mu_1} - \frac{B_{2t}}{\mu_2} = K} \quad (22)$$

Eğer ortamda akım yoksa ya da ortam iletken değilse bu durumda sınırdaki $K=0$ olur. Sonuç olarak (21) ve (22) den

$$\boxed{H_{1t} = H_{2t}} \quad (23)$$

$$\boxed{\frac{B_{1t}}{\mu_1} = \frac{B_{2t}}{\mu_2}} \quad (24)$$

sınır koşulları elde edilir. Bu durumda sınırdaki H nin tanjant (yatay) bileşeni sürekli olmasına karşın, B nin tanjant bileşeni süreksizdir.

KAYNAKLAR

Sadiku, M. N. O., 1995, Elements of Electromagnetics, Oxford University Press.

Edminister, J. A., 1995, Electromagnetics, Schaum's Outlines, McGraw-Hill.