TC
Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi
Mühendislik – Mimarlik Fakültesi
JEOFIZIK MÜHENDISLIGI BÖLÜMÜ

VERI –ISLEM – I- DERS NOTLARI

Yrd. Doç. Dr. Tolga Bekler

Önemli Not: Ders Notlari yazimi ve içerigi ile düzenleme asamasindadir. Sadece ÇOMÜ jeofizik ögrencilerinin kullanimina açiktir. Kaynak gösterilmeden kullanilmasi yasaktir. Ders notlari ile ilgili sorularinizi mutlaka Tolga Bekler'e iletiniz. *Ögrenci öncellikle derste anlatilandan sorumludur.*

Içerik

1. Hafta
- **Temel Kavramlar ve Tanimlar; Veri, Bilgi, Sinyal, Gürültü**

2. Hafta
- **Verilerin Siniflandirilmasi**
- **Sürekli ve Ayrik Veriler**

UYGULAMA

3. Hafta
- **Analog ve Sayisal Veriler**

UYGULAMA

4. Hafta
- **Tanimsal ve Rastgele Veriler**

UYGULAMA

5. Hafta
- **Temel Istatistik; Ortalama Deger, Degisinti, Standart Sapma,**

UYGULAMA

6. Hafta

- **Iliski Katsayisi**

UYGULAMA

7. Hafta

- **Histogramlar ve Frekans Dagilimlari**

UYGULAMA

8. Hafta

- **Yaklastirma Yöntemler; En Küçük Kareler, Polinom, Üstel Fonksiyonlar ve Logaritmik Yaklastirma**
  UYGULAMA

9. Hafta

- **Veri Yuvarlatma; Kayan Ortalama**
  UYGULAMA

10. Hafta

- **Iliski Fonksiyonlar; Iliski, Çapraz Iliski**
  UYGULAMA

11. Hafta

- **Evrisim**
  UYGULAMA

12. Hafta

- **Örnekleme Kurami**
  UYGULAMA

13. Hafta

- **Olasilik Kurami; Binom ve Normal Dagilim**
  UYGULAMA

14. Jeofizik uygulamalar

KAYNAKLAR

Nezihi Canitez, Jeofizikte Veri-Islem, 1984, Istanbul Teknik Üniversitesi Yayinlari.

Hüseyin Özdemir, Jeofizikte Veri Islem I, ITÜ Maden Fakültesi yayinlari

N. Canitez, U. Yaramanci, H. Özdemir, 1987, Spektral Analiz ve Jeofizik Uygulamalari, TMMOB Jeofizik Mühendisleri Odasi, Egitim Yayinlari No:1

Enders A. Robinson, Tarig S. Durani, Lyod G Peardon, 1985, Geophysical Signal Processing, Prentice Hall International, ISBN: 0-13-352667-4

Samuel D. Stearn, Ruth A. David, 1996, Signal Processing Algorithms in Matlab, Prentice Hall PTR, ISBN: 0130451541

VERI –ISLEM – I-

Kaynaklar:

Uygulamali bilimlerde çalismalar iki ana asamada ele alinir.

Gözlem ve Yorumlama

Gözlem: Nesnelerin büyüklüklerinin veya özelliklerinin sayilarla veya nitelikleri ile belirlenmesidir.

Örnek: Saha jeologu, tabakalarin egimlerini ve dogrultularini sayilarla, kayaçlarin dis görünüsü ile özelliklerini de bir takim sifatlarla yada simgelerle belirler. Kayaç örneklerinin laboratuarda mineralojik, petrografik, sedimentolojik, paleantolojik ve jeokimyasal incelemelerinden elde edilen bulgular yeryüzünün jeolojik yapisinin arastirilmasinda kullanilan gözlemlerdir.

Örnek : Su ve petrol kuyularindan alinan örnekler üzerinde yapilan geçirgenlik (permability) ve gözeneklilik (porozity) ölçmeleri de yeriçinin bir ekonomik dönüsümünü amaçlayan arastirmalara baska bir örnektir.

Jeofiziksel gözlemler yerin skaler (yönsüz) ve vektörel (yöneyli) bir alaninin aletsel (instrumental) ölçüsüdür. Fiziksel bir büyüklügün sahada veya laboratuarda zamanin fonksiyonu olarak ölçülmesinden elde edilen verilere ***zaman dagilimli veriler*** yada ***zaman serileri*** (time series) denir.

Örnek: Manyetogramlar, sismogramlar, sismik yansima, kirilma, MT (Manyeto-tellürik)

Bir fiziksel büyüklügün yeryüzündeki veya yeriçindeki dagilimini incelemek için toplanan verilere uzaklik dagilimli veriler yada uzaklik serileri (spatial series) denir.

Örnek: Elektrik, gravite ve manyetik alan ölçümleri 1 veya 2 boyutlu uzaklik verileridir.
Örnek: Petrol ve su kuyularinda elektrik ölçümleri, hiz ölçümleri düsey dagilimli uzaklik verileridir.

Gözlemsel veriler bir soruna (problem) çözüm saglamak için toplanir ve yorumlanir. Ancak çogu gözlemsel veriler dogrudan dogruya yorumlanamazlar veya yorumlandiginda bazen hatali bazen de duyarlilik derecesi düsük çözümler verirler. Yorumdan önce bir takim sayisal islemler gerekir. Gözlemsel veriler üzerinde üzerinde yapilan bu tür islemlere ***Veri Islem (data processing)*** denir.
Kisaca veri islem, gözlemsel kaba verilerin (islenmemis ham veri – raw data-) tasidiklari bilgilerin en yüksek düzeyde açikliga kavusturulmasi ve daha kolay yorumlanabilmesi için uygulanan matematiksel yöntemlerdir.

Ölçüm (Gözlem) ----Veri-islem teknikleri----→ Yeralti yapisi } Uygulamali Jeofizik

Günümüzde kullanilan veri islem teknikleri sayisal analiz ve istatistik yöntemleri dogrudan yada uyarlanarak içine almis yöntemlerdir. Özellikle hizli ve yüksek performansli bilgisayarlarin gelismesi ile veri islem tekniklerinde de önemli gelismeler olmustur. Karmasik problemlere daha saglikli çözümler getirilmistir.

Yerbilimlerinde istatistik uygulmalari asagidaki gibi özetlenebilir.

- Bir büyüklügün zaman ve uzaydaki dagilimini incelemek
- Gözlemsel büyüklüklerin olasilik dagilimlarini incelemek
- Iki veya daha fazla degisken arasindaki benzerlige bakmak (correlation)
- Geçmisteki olaylari inceleyerek gelecekteki olaylari önceden kestirebilmek (prediction)

Jeofizik verilerin islenebilmesi için ***ayrik (discrete)*** olarak gözlenmesi veya gözlendikden sonra ayrik olarak saptamak gerekir. Birçok veri islem yöntemi uygulamada zaman veya uzaklik ortaminda esit araliklarla gözlenmis verilere uygulanacak sekilde gelistirilmistir. Eger gözlemler esit olmayan araliklarla yapilmis ise gözlem araligi içinde kalan fakat gözlem yapilmamis bir noktadaki degeri *ara deger bulma (interpolation*) ile belirlenir.

Veri islem yöntemleri sadece verileri bir düzene sokmak ve daha yararli bir duruma getirmek için kullanilmaz. Verileri çözümlemek (data analysis) ve sakladiklari bilgileri ortaya çikarabilmek için jeofizikde de önemli yer tutar. Bunun nedeni jeofizikde ölçülen alanlarin (fields) birden fazla kaynakdan (source) etkilenmesidir.

Örnek : Yeryüzününde ölçülen gavite alanlarina yeryüzü ile yanlara dogru homojenlige ulasilan düzeye kadar çesitli derinliklerde yeralan farkli yogunluklaridaki cisimler.

Buna karsin degisimleri (anomaly) veren kütlelerden sadece birinin yeri ve boyutlari aranmaktadir. Verileri degerlendirmeden önce iyice analiz edip degisimleri doguran kütleler saptanmaktadir. Eger bozucu etkenler varsa bunlar veri islem yöntemleri ile giderilmelidir.

1. Jeofiziksel Verilerin Tanimi

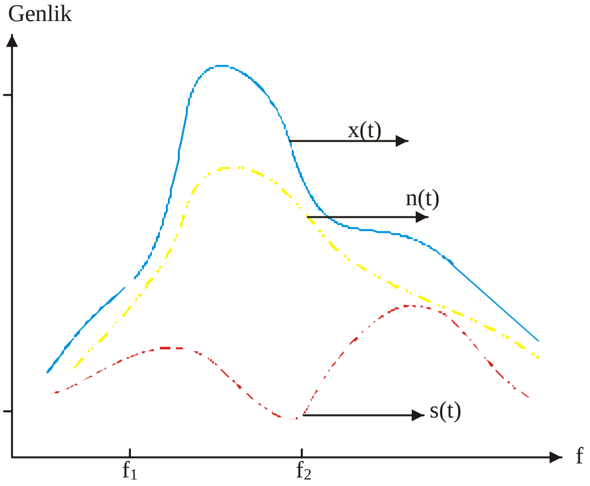
Veri: Fiziksel bir olay hakkinda istedigimiz bilgileri elde etmemize yarayacak farkli matematiksel yöntem ve yaklasimlarla isleyebilecegimiz gözlemler setine ***veri*** denir Verinin her zaman her sekli kullanilmayabilir. Verinin iki tür niteligi vardir.

1- Sinyal : Verinin istenen nitelikdeki bilgiyi tasiyan kismi
2- Gürültü : Verinin istenmeyen nitelikdeki bilgiyi tasiyan kismi

X(t) : Veri (Gözlem) DATA
S(t) : Sinyal(Yeralti kaynakli olay) SIGNAL
Nt) : Gürültü(istenmeyen olay) NOISE

“t” fiziksel fonksiyonu olarak gözlendigi bagimsiz degisken veri bir yada birden fazla boyutu olabilir.

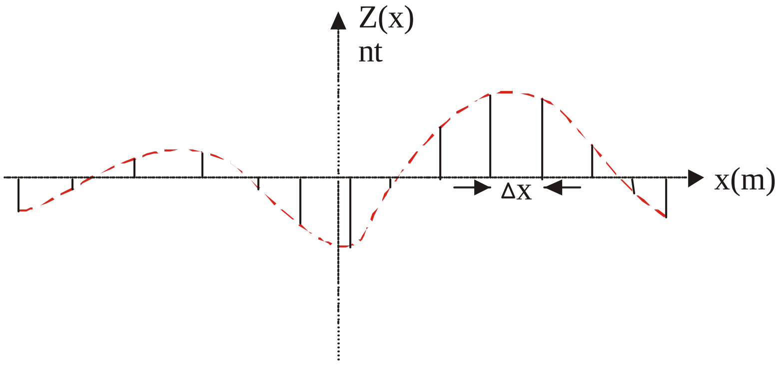
Sekil –1, bir sismik yansima verisinin frekans ortami görünüsü, f1 ve f2 frekanslari arasindaki olaylar uygulamada kullanilan degisimler, daha düsük frekans (low frequency)degisimler ise istenmeyen gürültülerdir.



Yandaki sekil bir sismogramin frekans ortamindaki görünümü olsun. Sinyal (bilgi içeren veri kaynagi) ve gürültünün iyice ayirt edilebilmesi için veride yapilacak gürültülerin atilmasi islemi için gereklidir.

Verilen Tipleri

1- ***Sürekli veriler***: (Continuous form data) : Zaman veya uzayin fonksiyonu olan kesintisiz olarak gözlenen verilerdir.
Örnek: Deprem sismogrami
2- ***Ayrik Veriler*** (Digital form data) : Esit zaman yada uzay araliklari ile gözlenen verilerdir.
Örnek: Bir jeofizik aletin zaman bagli olarak kayit aliyorken esit zaman araliklari ile gözlenen olaylardan örnek degerler almasi.



Yeraltinda düsey miknatislanmis bir düsey atimli fayin gözlemsel düsey manyetik alani Δx araliklarla yapilan gözlemlerden elde edilen degerler birlestirilerek sürekli veri elde edilir.

11 Mart 2005

2. **Verilerin Siniflandirilmasi**

Tanimsal(Deterministic) — Rastgele(Non-deterministic or Random)

Peryodik (Periodical) — Peryodik Olmayan (Non-periodical)

Sinüsoidal — Karisik Peryodi — Yaklasik Peryodik — Geçici Veri

Tanimsal (Deterministic) Veriler:

Matematiksel bagintilarla belirlenebilen veya deneysel olarak, deneyesel yinelenerek üretilebilen verilerdir.

Örnek : Isitilinca suyun sicakliginin artmasi, bir sarkacin peryodu, serbest düsen bir cismin ivmesi.

Saptanabilir veriler, peryodik -dönemsel- ve peryodik olmayan olarak siniflandirilabilir. Peryodik verilerin sinüsoidal ve karisik peryodik alt siniflari vardir.

Peryodik veriler : Zamanla ve ya uzaklikla belirli sürelerle yinelenen verilerdir. Bu veriler bütün "t" degerleri için

$x(t) = x(t+T)$ (2.1)

bagintisini saglarlar. (2.1) baginitisini saglayan en küçük "T" ye *verinin peryodu* denir. Peryodik veri T zaman araliklarinda yinelenir.

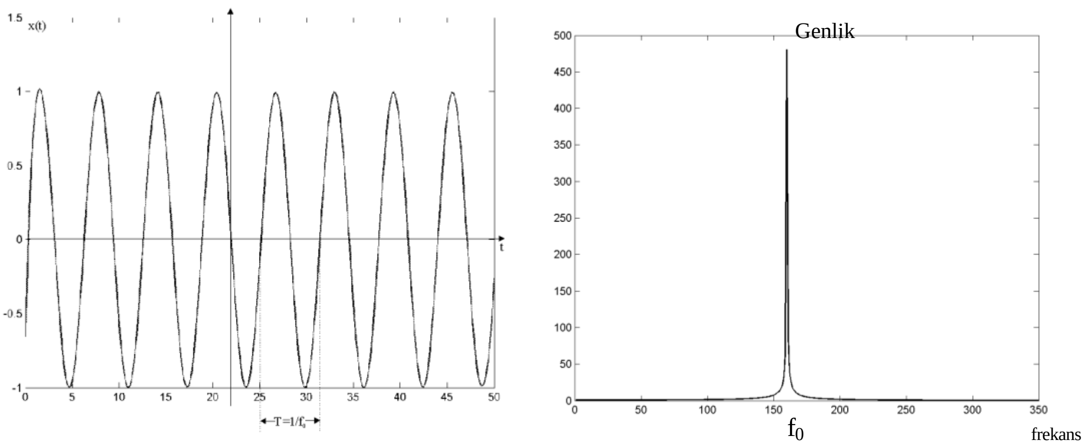
$x(t) = x(t+nT)$, $n=0, \pm1,\pm2, \pm3, \pm4, \pm...,$ (2.2)

Eger veri uzakligin fonksiyonu ise T'ye *dalga boyu* denir

Sinüsoidal Veriler:

$x(t) = A\sin(2?\, f_0 t+F)$ (2.3)

bagintisini saglayan verilere sinüsoidal veriler denir. Burada "A" fonksiyonun genligi, f_0 frekansi (devir/zaman), F zaman baslangicina göre faz (evre) - radyan – olarak tanimlanir. *Tam bir devir tamamlanmasi için geçen zaman verinin peryoduna esittir*. Buna bagli olarak, birim zamandaki devir sayisina verinin *frekansi* denir. Kisaca frekans peryod ile ters orantildir. Sinüsoidal veriler sekil 2.1de görüldügü gibi, bir tek frekansta (f_0) -monocromatic- enerji içerir.



Sekil 1 Sinüsoidal veri (solda) ve frekans ortam görünümü (sagda). Sinüsoidal veri T zaman araliklarinda yinelenen dalgaciklardan olustugundan zaman ortaminda bir peryot (T) ve bir frekans ($f_0=1/T$) ile tanimlanir. Frekans ortaminda bir tek frekansta enerji içerir.

Karisik Peryodik Veriler: Zamanla degisip dalga biçimi esit araliklarda özdes olarak yinelenen verilerdir. Bu tür veriler bir T peryodu ile yinelenirken yinelenen dalga biçimi bir peryodluk sinüsoidal dalga biçimine göre daha fazla degisimler gösterir. Bu veriler genel anlamda birden fazla sinüsoidal verinin toplaminindan olusur.
Örnek:

x(t) = sin(t)+(sin3t)/3 (2.4)

ile verilen bir peryodik veridir. Bir verinin peryodik olabilmesi için x(t+T) kosulunu saglamasi gerekir. Buna göre bu kosuldan ve yukaridaki örnek fonksiyondan

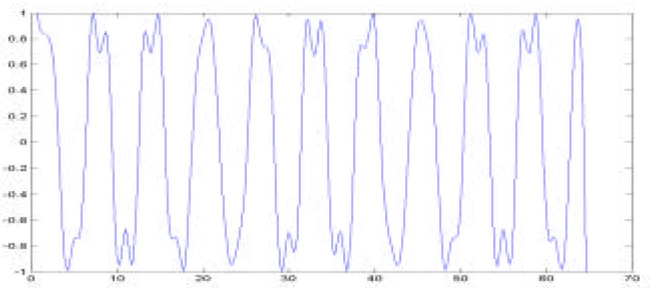
sin(t+T)+(1/3)sin3(t+T)=sint+(1/3)sin3t (2.5)

yazabiliriz.

sin fonksiyonunun tüm m degerleri için

sin(?+2? m)=sin? oldugundan (2.6) bagintisindan

T=2? m
3T=2? n
T=2 ? n /3 (2.7)
(2.6) esitligini saglayan en küçük m ve n degerleri T'nin en küçük degerini, yani peryodu vereceginden, (2.6) bagintisindan m=1 ve n=3 ve T=2? bulunur.



Sekil 2. Bir karisik sinüsoidal veri örnegi. x(t)=sint+(sin3t)/3.

Genellestirme yaparsak,
x(t)=cos(w_1t)+cos(w_2t) peryodik ise
w_1T=2? m
w_2T=2? n
gibi iki m ve n tamsayisi bulunabilir.
w_1/w_2 = m/n

bu durumda iki sinüsoidal verinin peryodik olmasi için w_1/w_2 oraninin bir rasyonel sayi olmasi gerekir

Karisik peryodik verilerin en genel biçimi bir temel frekans ile bunun tam katlarindan olusan harmoniklerinin toplami biçimindedir.
Genellikle karisik peryodik veriler Fourier serilerine açilabilirler.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos pnf_1 t + b_n \sin pnf_1 t)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) dt$$ fonksiyonun ortalama degeri

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(2pnf_1 t) dt$$ n=0,1,2,....

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(2pnf_1 t) dt$$ n=1,2,....

$b_0=0$

$$x(t) = x_0 + \sum_{n=1}^{\infty} x_n \cos p_n f_1 t - q_n)$$

$x0=a_0/2$

$xn=(a_n^2+b_n^2)^{1/2}$, n=1,2....

$?_n$=tan-1(b_n/a_n), n=1,2,.......

Karisik sinüsoidal fonksiyonlarin bir baska özelligi de, bunlardan yararlanarak baska peryodik verilerin yaklasik tanimlanabilmeleridir. Örnegin sekildeki dikdörtgen dalgayi sinüsoidal fonksiyonlarin toplami ile gösterebiliriz.

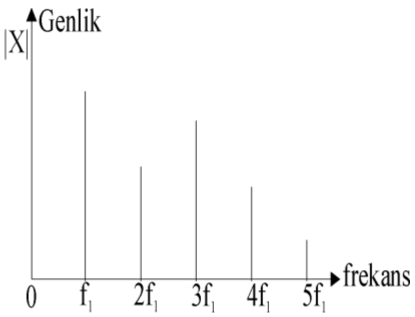
Bir dikdörtgen dalga

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin(2n+1)t$$

daha açik yazilimla

x(t)=(4/?)/(sin t + (1/3) sin 3 t + (1/5) sin 5t+....)

Terim sayisi arttikça daha iyi yaklasim elde edilir.



Karisik peryodik verilerin frekans ortami görünümü. Enerjinin frekanslara dagilimi sadece ayrik degerlerde belirlenmistir.

Yaklasik Peryodik Veriler: Bagimsiz peryodik verilerin toplamindan olusan veriler yaklasik -hemen hemen- peryodik verilerdir.

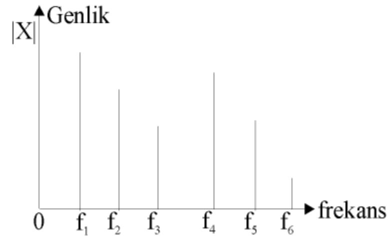
Örnek: $x(t)=x_1\sin(2t+?_1)+x_2\sin(3t+?_2)+x_3\sin(v50t+?_3)$

peryodik sinüsoidlerden olusmaktadir ancak belirli sürelerle yinelenmez. Bu 2v50 ve 3v50 bölümlerinin tam bir gerçek sayi ile gösterilememesindendir. Bu tür veriler peryodiklige yakin olsalarda x(t)=x(t+T) bagintisini saglamazlar.

Örnek: Çok motorlu bir uçagin motorlari uyumlu çalismadiklari durumda uçagin gövde ve kanatlarindaki titresimler yaklasik peryodiktir.

Yaklasik peryodik veri,

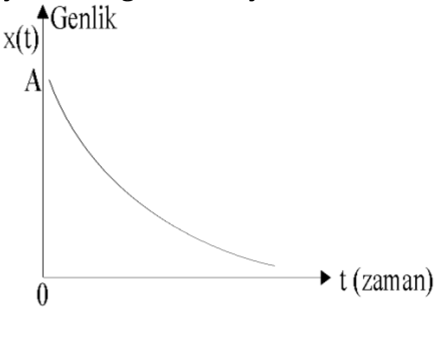
$x(t)=\sum_{n=1}^{\infty} x_n \sin(2pf_n t + q_n)$ bagintisi ile tanimlanir. Burada fn/fm frekans oranlari tam bir gerçek sayi (rasyonel) vermez.

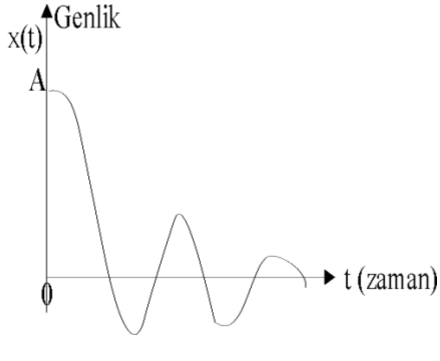


Yaklasikperyodik verilerin frekans ortami görünümü. Enerji içeren frekanslar biribirinin tam katlari degildir.

Peryodik olmayan geçici veriler : Peryodik ve yaklasik peryodik olmayan bir fonksiyonla tanimlanabilen peryodik olmayan verilerdir. Daha açik bir tanimla, peryodik olmayan verilerin belirli bir t=0 zamaninda baslayip belirli bir süre devam eden geçici (transient) verilerdir.
Geçici verilerin jeofizikde önemli kullanim alani yerin yapay uyarilmasinda ortaya çikan kisa süreli dalga (dalgacik) – wavelet- fonksiyonudur. Örnegin sismik aramalarda (prospeksiyon) sismik kaynak çogunlukla geçici bir sinyal (im) dir.

Geçici verilerin en önemli özelligi peryodik ve yaklasik peryodik verilerin aksine, Fourier spektrumlarinin ayrik degi, sürekli olusudur. Frekans ortamina geçiste Fourier dönüsümünden yada integralinden yararlanilir.





A ºC'ye kadar isiltildikdan sonra sogumaya birakilmis suyun sicakliginin zamanla degisimi (solda) ve bir mekanik düzenegin sönen (damping) salinimlarinin zamanla degisimi

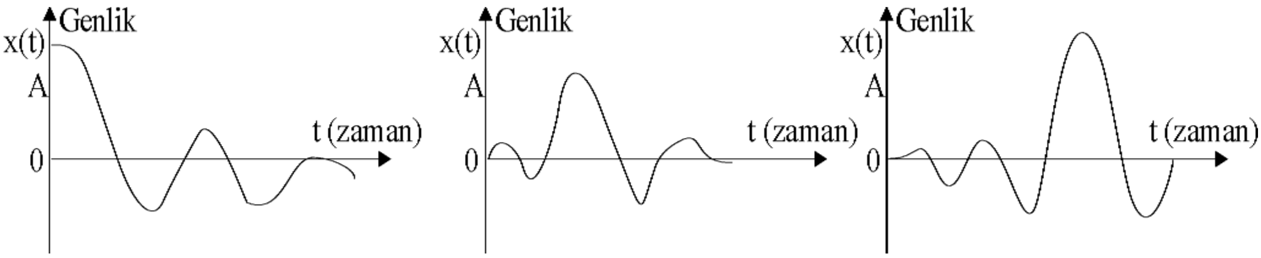
X(t) = Ae^{-at}, t=0 için
0 , t<0 için

x(t)= $Ae^{-at}\cos bt$, t=0 için
0 , t<0 için

Dalgacigin Özellikleri :

1- Belli bir t=0 aninda baslayacak
2- Belli bir zaman dilimi boyunca devam edecek
3- Enerjisi (genlik degerlerinin karelerinin toplami) sonlu olacak.

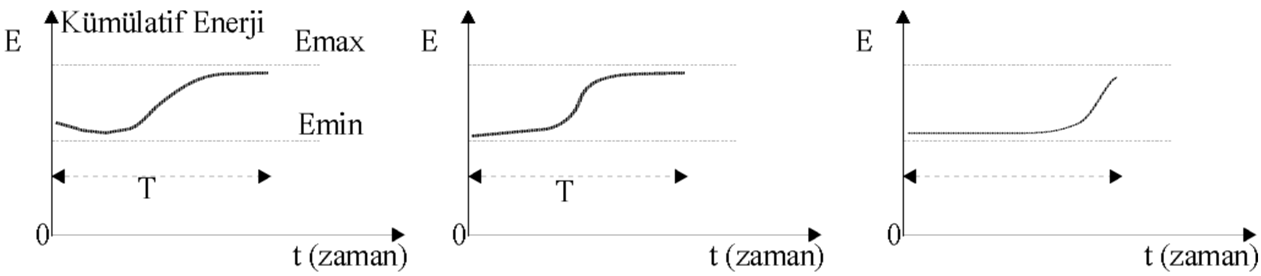
Enerji dagilimlarina göre dalgacik türleri :



a- En küçük gecikmeli (minumum phase wavelet)

b- Karisik gecikmeli (mixed phase wavelet)

c- En büyük gecikmeli (maximum phase wavelet)



X(t) dalgaciginin kümülatif enerjisi hesaplanarak zamanin fonksiyonu olarak ifade edilir.

Örnek : { b_0, b_1, b_2, b_3} 4 elemanli bir dalgacigin kümülatif enerjisi

$E_0=b^2$

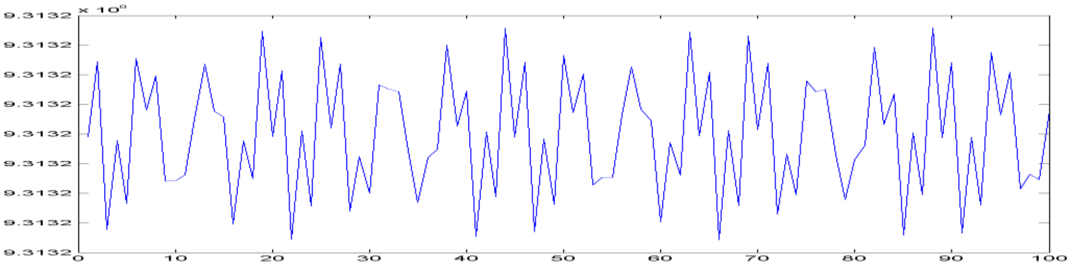
$E_1=b_0^2+b_1^2=E_0+b_1^2$
$E_2= b_0^2+b_1^2+b_2^2=E_1+b_2^2$
$E_3= b_0^2+b_1^2+b_2^2+b_3^2=E_2+b_3^2$

(E_0, E_1, E_2, E_3) kümülatif enerji serisi

Soru : { 1, 2, 7}, {2,7,1} ve {7,2,1} serilerinin birikim enerjilerini hesaplayip dalgacik türlerini belirtin, grafiklerini çizin.
Cevap : 54, En büyül gecikmeli , karisik gecikmeli, en küçük gecikmeli

RASGELE (gelisigüzel) veya SAPTANAMAZ VERILER
(random, stochastic, non-deterministic)

Kesin bir metematiksel baginti ile verilemeyen ve deneysel olarak olusturulamayan verilerdir. Her gözlenen deger birçok olasiligi olan gözlemlerden sadece biridir. Uygulamali jeofizikde gözlemsel verilere katilarak yorumlarini güçlestiren bozucu ve istenmeyen gürültülerin bir çogu rasgele gürültü olarak modellenir.
Rasgele bileseni olan bir zaman serisi



Duragan rasgele süreçler: Istatistiksel özellikleri zamanla degismeyen rasgele süreclere (stationary random (stochastic) processes) denir.
Bu tür süreçlere geçmiste yeterince genis bir aralikda gözlenmis degerlerinin istatistik özellikleri ile gelecekde bir aralikda gözlenebilecek degerlerin istatistik özellikleri denktir. Istatistiksel özelliklerden biri bir verini ortalama degeridir.

x(t) rasgele sürecinin ortalamasi

$$\overline{X(t_1)} = \lim_{n \succ \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i(t)$$ ile ifade edilir.

x(t) sürecinin bit t_1 zamani içinde ortalamasi $\overline{X(t_1)}$ örnek fonksiyonlarin zamanindaki degerlerinin toplanip örnek fonksiyon sayisina bölünmesidir. Duragan rasgele süreçler için bu ortalama deger zamanla degismez.

Ergodik rastgele süreçler :

Eger $\overline{X(t_1)} = \overline{X(i)}$ ise yani örnek fonksiyonlarinin herhangi bir t_1 zamani için ortalamasi bir "i" nci örnek fonksiyonu için hesaplanan ortalamaya esit ise bu tür duragan rasgele süreçler ergodik (ergodic) dir denir. Özetle bu süreçlerin zaman ortalamalari x(i) ile topluluk ortalamalari x(t) denktir.

Duragan olmayan Rasgele Surecler: Istatistikleri zamanla degisen süreçlerdir. Uygulamada yerince örnek fonksiyon elde etme olanagi olmadigindan istatistiksel özellikleri tam olarak bilinemez.

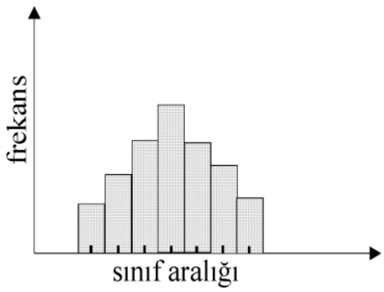
25 Mart 2005

ISTATISTIKSEL YÖNTEMLER

a. Aritmetik Ortalama b. Geometrik Ortalama c. Harmonik Ortalama
d. Karekök Ortalama e. Standart Sapma

Uygulamali bilimlerde gözlemler bir büyüklügün gerçek degerini bulmak içim yapilir. Birçok etkenlerin katkisindan, gözlemsel degerler gerçek degerleden farklidir. Gözlem sayisi arttikça gersek degere o kadar yaklasilir. Gözlemlerden elde edilen verileri kullanarak bir arastirmaci kullandigi degerlerin gerçek degerlere ne kadar yakin oldugunu bilmek zorundadir. Bir gözlemde saptanmaya çalisilan gerçek bir büyüklük vardir ve gözlem sonucunda bu büyüklüge en yakin deger aranir. Uygulamali bilimlerde gözlem yolu ile elde edilen veriler genellikle çesitli nedenlerle birbirinden çok az farkli degerler tasirlar. Bunlardan bir bölümü kisisel ve aletsel yanilgilardan ileri gelir. Gözlem degerleri bu durumda saçilma gösterebilir. Yerbilimlerinde veri saçilmasinin en önemli etkilerinden biri ortamin tekdüze (homojen) ve yönbagimsiz (isotrop) olmamasidir. Nedeni ne olursa olsun, jeofizikde gözlemsel veriler tanimsal olmayan veriledir. Tanimsal olmamalari nedeni ile ancak istatistiki özellikleri ile belirlenebilirler. Belirli güvenilirlik sinirlari içinde olasilik dagilimlari incelenebilir. Istatistik yöntemler sadece veri saçilmalari karsisinda gerçege yakin sonuçlar aramak için kullanilmaz. Istatistik en çok büyüklükler arasindaki karsilikli iliskilerin türünü, bunlara ait yöntemleri aramakta kullanilir. Örnegin olay zaman içinde inceleniyorsa onun zaman bagli olarak nasil degistigi istatistik olarak incelenir.

Istatistikte sik basvurulan islemlerden biri, belirli bir kümenin (popülasyon) frekans dagilimini incelemektir. Örnegin, bir sinifdaki ögrencilerin agirliklarini ölçerek bir sayilar kümesi elde ettigimizi düsünelim. Belirli bir frekans araligi (örnegin 5 kg) seçerek agirliklari 50-55, 56-61, 62-67, 68-73 v.b arasinda olan ögrencilerin sayilarini belirleyip sekildeki grafik hazirlanabilr.



--------------------→ Histogram örnegi: frekans dagilim grafigi

Burada amacimiz tüm istatistik yöntemleri incelemek yerine, bir jeofizikçi olarak yaptigimiz gözlemlere sik sik uygulamak zorunda kaldigimiz yöntemler hakkinda bilgi vermektir. Bu yöntemler arasinda en fazla basvurulanlar ortalama deger (arithmetic mean, arithmetic average) , degisinti (varians) , standart sapma (standard deviation) , iliski katsayisi (correlation coefficient) olup bunlara ait uygulama örnekleri verilecektir.

Ortalama Deger:

Bir fonksiyonun belirli bir araliktaki degerleri degisim gösteriyorsa fonksiyonu temsil edecek ortalamasinin bilinmesi gerekir. *Ortalama deger genel tanimiyla, gözlem degerlerinin gözlem sayisina bölümüdir ve basit aritmetik ortalama olarak tanimlanir.* Ayrik verilerin ortalama degerlerinin degisik tanimlari;

a- Aritmetik Ortalama

x_1, x_2, x_3,.....,xn gibi *n* tane gözlem degerlerimiz olsun. Bu n tane gözlemin aritmetik ortalamasi,

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + .. + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Elimizde gözlem degerleri olsun ve bu degerler belli gözlem araliklarinda yinelensin (tekrarlansin). Yinelemeyi f ile gösterelim. Bu yinelemeye frekans da diyebiliriz,

$f_1, f_2, \ldots . f_n$

yineleme sayilarinin gözlem degerleri ile çarpip toplamlarini yinelemelerin toplamina bölersek sonuçta *agirliki ortalamayi* elde ederiz.

$$\overline{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + .. + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \ldots f_n}$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Agirlikli ortalama; degiskenlerimizin anlam ve önemine göre belirli bir agirlik katsayisina ile çarpilarak hesaplanan aritmetik ortalama olarak tanimlanir.

b- Geometrik Ortalama :

$$\overline{x}_g = \sqrt[n]{x_1 . x_2 \ldots . x_n}$$

$$\overline{x}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$$

Gözlemsel degerler birbirine esit olmadigi sürece geometrik ortalama aritmetik ortalamdan daha küçüktür.

c- Harmonik Ortalama

$$\frac{1}{\overline{x}_h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}$$

Harmonik ortalama, aritmetik ve geometrik ortalamdan daha küçüktür.

d- Karekök Ortalama

Istatistikde çok sik kullanilan ortalamalardn biri de *karekök ortalama (RMS-root mean square)* dir.

$$\overline{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$$

e- Degistinti (varyans)

Gözlemsel veriler az yada çok bir saçilma gösterirler. Verilerin ortalama deger çevresinde saçilmalarini sayisal olarak göstermek için degisintiden yararlanilir. Ortalama sapma veya saçilmalarin bir ölçüdür. Gözlemsel verilerin her birinin ortalama degerden olan farklarinin karelerinin aritmetik ortalamasidir.

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$ bagintisi ile verilir.

Ortalama deger çevresindeki saçilmayi sayisal olarak belirtmek için degisinti verine ***standart sapma*** kullanilir ve *degisintinin karekökü* olarak ifade edilir.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

Sayisal hesaplamalari kolaylastirmak için *standart sapma* hesaplanmasinda asagidaki baginti tercih edilir.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 / n}{n-1}}$$

Iliski Katsayisi :

Gözlemsel bilimlerde çogi zaman ayni süreç içinde birden fazla degiskenin gözlemi yapilir.
Örnegin birbirne yakin iki deprem istasyonunun ortak kaydettigi bir deprem. Bagimsiz degiskenlerin ayri ayri istatistik incelemeleri yaninda bunlarin karsilikli iliskilerinin bulunup bulunmadigi, varsa bu iliskinin derecesi arastirilir. Bagimsiz degiskenlerin ilintilerinin incelenmesine iliski (korelasyon - correlation -) denir.
Iliski katsayisi, iki degisken arasindaki ortak degisintinin, degiskenlerin herbirinin standart sapmalarinin çarpimina oranidir. Bu, bize ***ortak degisinti*** (kovaryans) sunar.
Ortak degisinti; iki degiskenin ortalamalari çevresinde beraberce gösterdikleri degisimin bir ölçüdür. x ve y degiskenlerinin ortak degisintisi

$$C_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$$

$$C_{xy} = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}\right]$$

Degiskenler arasindaki iliskinin ölçü birimlerinden etkilenmeyecek bir sekilde gösterilmek isteniyorsa ***iliski (korelasyon) katsayisi*** kullanilir. Bunun için iki degiskenin koveryansini o degiskenlerin standart sapmalarinin çarpimina oranlariz.

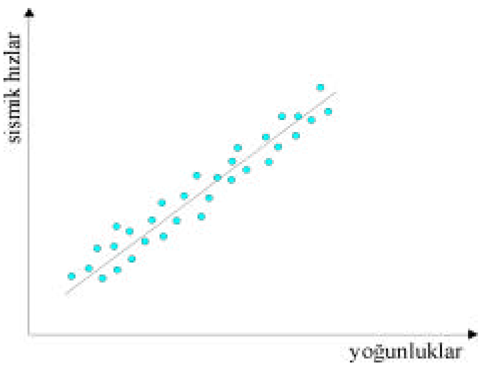
$$R_{xy} = \frac{Cxy}{\boldsymbol{S}_x \boldsymbol{S}_y}$$

-1 = Iliski katsayisi = +1

Iliski katsayisinin

+1 yada +1'e yaklasmasi	→	degiskenlerden biri artarken digerinin de arttigini
0 yada 0'a çok yakin	→	degiskenler arasinda bir iliski yok yada çok zayif
-1 yada -1'e yaklasmasi	→	degiskenlerden biri artarken digerinin azaldigini

Örnek: Rxy˜0.9 kuvvetli bir iliski var.



Jeofizikde kayaç yogunlugu ile sismik hizlar arasinda kuvvetli bir iliski vardir.

Uygulamalar:

1- x={31, 13, 32}
   y={52, 19, 67}

   yukarida iki zaman serine ait gözlemler verilmistir. Buna göre

a- Her seriyi gözlemsayisi gözlem olarak grafikleyin
b- Her seriye ait aritmetik ortalama, geometrik ortalamai harmonik ortalama ve karekök ortalamayi bulunuz.
c- Her serinin degisintisini standart sapmasini bulunuz
d- Ortak degisinti ve iliski katsayisini hesaplayiniz. Sonucu degerleniriniz.

HISTOGRAM VE FREKANS DAGILIMLARI

Jeofizikte bazen yapilan gözlemleri siniflara veya gruplara ayirmak ve her gruptaki veri sayisini bilmek isteriz. Bu asamada her gruptaki veri sayisina ***frekans*** denir.

Örnek: Bir siniftaki ögrencilerin agirliklari (48-50), (51-53), (54-56) olarak ayrilsin. Her grupta 6 ögrenci varsa bu siniflarin frekansi 6 dir ya da özellestirilirse 48-50 kg arasinda olan 6 ögrenci varsa 48-50 sinifinin frekansi 6 dir.Bu sekilde elde edilen dagilima frekans dagilimi, grafiklere de frekans dagilim çizelgeleri denir. Bu türlü gösterim bazi ayrintilari kaybettirse bile verilerimiz hakkinda genel ve açik bir bilgi verirler. Her sinifin ve grubun alt ve üst sinirlari vardir. Alt ve üst sinirlar arasinda kalan yere ***sinif veya grup araligi*** denir.

Örnek: Ögrencilerin agirliklarinin en küçük degeri 48 kg, en büyük degeri 78 kg ise agirlik araligi 30 kg'dir.

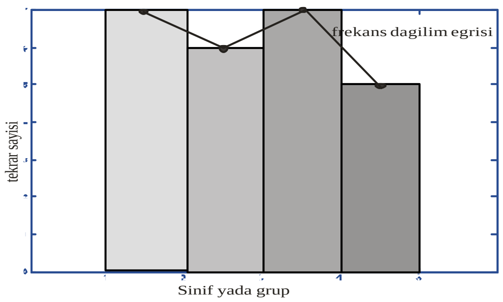
Frekans dagilimlarini grafik üzerinde incelemek daha kolaydir ve böylece degisik siniflara iliskin frekanslari kolayca karsilastirma olanagi elde edilir. Bu tür grafiklere histogram denir. Bir baska ifadeyle frekans dagiliminin grafik gösterimi histogram egrisidir. Histogramlarda yatay eksende sinif araliklari, düsey eksende de frekanslar gösterilir.

Büyüklükleri asagidaki gibi verilen depremleri siniflara ayirarak histogramini ve frekans dagilim grafigini çiziniz. Veri araligini bulunuz.

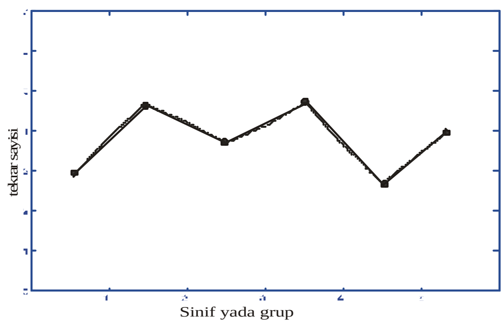
1.2	3.1	2.1	2.3	3.1
1.7	1.8	1.9	3.2	4.1
2.2	1.8	1.5	1.6	2.2
3.2	3.3	4.1	2.2	2.8
4.1	4.2	3.1	3.2	4.4

Xmax=4.4
Xmin=1.2
Veri araligi=Xmax-Xmin=4.4-1.2=3.2
$1=x_i<2$ (7 adet)
$2=x_i<3$ (6 adet)
$3=xi<4$ (7 adet)
$4=xi<5$ (5 adet)

Toplam 7+6+7+5=25 veri.



Histogramlar kimi zaman asagidaki sekildeki gibipoligan biçiminde gösterilebilir. Bunlara frekans dagilim poligonu adi verilir.

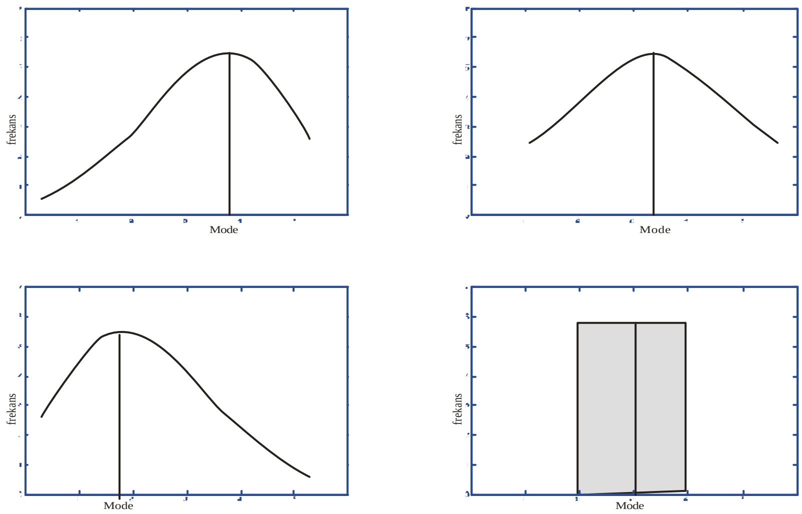


Sekil 2 Frekans dagilimi poligonu (düz çizgiler) ve frekans dagilim egrisi (kesik çizgiler)

Frekans dagilim poligonlarinin yuvarlatilmasi ile yukaridaki kesik çizgilerle gösterildigi biçimde frekans dagilim egrisi elde edilir.

Frekans dagilim egrilerinde en büyük frekansla meydana gelen olaya frekans dagiliminin modu adi verilir.

Dagilim sekillerine göre örnekler:



Çogu zaman bir sinifa ya da bir gruba iliskin gerçek frekanslarindagilim yerine, her sinif ya da grubun toplamin yüzde kaçini olusturdugunu bilinmek istenir. Bunun temel nedeni her sinifa iliskin frekanslarin istatik için kullanilan örnek sayisina bagli olusudur. Bundan kurtulmak için göreceli (relative) frekans dagilimi kullanilir. Göreceli frekanslar her sinifa iliskin frekans degerlerinin toplam frekansa bölümü ile elde edilir.

Göreceli frekans dagilimi olasilik dagilimi olarak da adlandirilir.

Örnek: Bir önceki örnege göre;
7/25 6/25 7/25 5/25 belirli araliklarda deprem olasiligi.

Göreceli frekans dagilimi sinif frekanslarini ardisik topladiktan sonra göreceli birikimli frekans dagilimi elde edilir.

7	7/25
6	6/25
7	20/25
5	25/25

Toplam veri sayisi 25. N=25 olsun. E olayi N olay içinde n kez tekrarlasin o zaman E olayinin olusma olasiligi (possibility)

$$p = \frac{n}{N}$$

Olmama olasiligi

$$q = \frac{N-n}{N} = 1 - \frac{n}{N} = 1 - p$$

BINOM DAGILIMI:

Bir olayin tek bir dönemde olusma olasiligi p ve basarisizlik olanagi q ise. Diger yandan, bir olayin N denemede x defa meydana gelme olasiligi (veya X-N basarisizlik olasiligi) bilmek isteyebilirz. Böyle bir ayrilik olasilik

$P(x)=C_x^N.p^x.q^{N-x}$ ile verilir.

$$C_x^N = \frac{N!}{x!(N-x)!}$$

$$P(x) = \frac{N!}{x!(N-x)!} p_x .q^{N-x}$$

X=0,1,2,................

Bu dagilim bize Binom dagilimini verir.

C_1^N, C_2^N...Binom katsayilaridir.

Bir olayin N denemede en az x defa meydana gelme olasiligi

$$P(x) = \sum_{i=x}^{N} C_i^N p_i q^{N-i}$$

Örnek:Yazi tura oyunundan 8 atista tam 8 kez yazi getirebilme olasiligi nedir?

Cevap: Bir atista yazi ya da tura gelme olasiligi yariyariyadir.p=q=%50 50/100=1/2.

8 atista N=8 ve 5 yazi gelmesi istendiginde x=5tir.

$P(5)=C_5^8(1/2)^5(1/2)^{(8-5)}$

$P(5)=8!/5!3!\ (1/2)^5\ (1/2)^3$, p=7/32 %21.9

En az 5 yazi getirebilme olasiligi,

$P(5)= C_5^8\ (1/2)^5\ (1/2)^3+ C_6^8(1/2)^5(1/2)^3+ C_7^8(1/2)^5(1/2)^3+ C_8^8(1/2)^5(1/2)^3$

$P(5)= (1/2)^8(C_5^8+ C_6^8+ C_7^8 +C_8^8)$

=93/256=%36.3

NORMAL DAGILIM(Gauss Dagilimi)

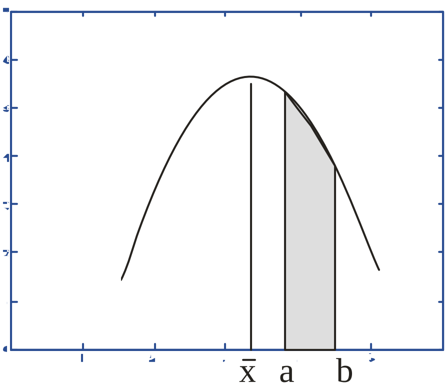
Sürekli olasilik dagilimi olup istatistikte oldukça fazla kullanilir. Simetrik çan egrisi biçimindedir.

$$y = \left(\frac{1}{s\sqrt{2p}}\right)e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\bar{x})^2}{s^2}}$$

Standart sapma: s

Ortalama deger: $\bar{x}$

Gauss dagilim egrisinin altinda kalan alan 1'e esittir.



X degiskeninin a ve b degerleri arasinda olma olasiligi

ALAN: $\int_a^b \frac{1}{s\sqrt{2p}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\bar{x})^2}{s^2}} dx$

Z=(x- $\bar{x}$) / s

$$\frac{1}{\sqrt{2p}}\int_a^b e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

Y= $\frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$

Örnek:

Bir bölgede yapilan elektrik özdirenç ölçümlerinden bir katmanin özdirencinin ortalama degeri 210 ohm. Standart sapma da 12 olarak bulunmus olsun. Bu bölgede söz konusu katmanin özdirencinin ortalama deger çevresinde normal dagilim gösterdigini varsayarsak arazide bu katmana iliskin özdirencin 180 ile 230 ohm arasinda ölçülme olasiligini hesaplayin.

Z1=(180-210)/12=-2.5

Z2=(230-210)/12=166 %95.

Poisson dagilimi kesirli veya ayrik bir olasilik dagilimidir.

$P(x)=?^{x}e^{-?}$ / x! ; (x=0,1,2....)
? = sabit sayi $\bar{x}$ =? s =v ?

$P(N,x)=C_{x}^{N}p^{x}q^{N-x}$

UYGULAMA:

2 bölgeden elde edilen deprem büyüklükleri ile ilgili veriler A ve B tablolarinda verilmistir. Bu bölgelerin deprem olus sayilarini göz önüne alarak bölgelerin birbirlerine göre özelliklerini belirlemek amaciyla

1-Frekans dagilimlarini;
2-Histogramlarini;

Tablo A

3.1	4.1	4.2	3.4	4.3	3.1	5.6	5.2
4.8	3.2	6.6	5.5	3.7	4.6	3.8	3.3
3.1	6.5	4.3	5.3	4.3	3.4	4.6	3.2
3.6	3.3	4.2	4.5	3.4	5.2	3.8	5.6
3.7	4.3	4.4	3.6	4.4	3.4	3.5	5.4

Tablo B

3.1	4.6	4.5	4.4	3.8	5.4	5.5	3.8
3.4	3.8	5.2	5.3	4.6	6.4	4.7	3.9
6.6	5.1	3.5	4.5	6.9	3.3	3.2	5.7
3.6	4.1	3.5	6.5	3.5	4.4	6.8	3.6
5.1	6.2	3.7	3.4	5.2	4.5	4.8	3.7

A bölgesi için magnitüd araligi;

3.0=M<4 19 19/40
4.0=M<5 13 13/40
5.0=M<6 6 6/40
6.0=M<7 2 2/40

Toplam:19+13+6+2=40

YAKLASTIRMA YÖNTEMLERI

En küçük kareler metodu ile model parametrelerinin tahmin edilmesi, verileri en iyi sekilde inceleyerek en uygun modelin elde edilmesi ele alinacaktir.En Küçük Kareler Yöntemi, basit dogrusal, çoklu regresyon modellerinin çözümlenmesinde kullanildigi gibi, çok denklemli ekonometrik modellerin çözümünde de kullanilan tekniklerin temelidir. Kurulan regresyon modellerinde gözlemler, anakütle gözlem degerlerinden herhangi sekilde alinmis gözlemler oldugunu düsünürsek, aldigimiz gözlem degerlerinden baska ayni sayida olan fakat farkli olasiliklarla çok daha fazla gözlem alinabilmektedir. Kurulan regresyon modeli ilgilenilen problemle ilgili örnek olarak alinmis gözlem degerleri kullanilarak hesaplanmaya çalisilir. Bu nedenle kurdugumuz modeldeki degerler tahmini degerler olacaktir. Tahmin edilmeye çalisilan sonuç degiskeni (Y) ve sebep degiskeni katsayilari (a ve b vs.) sapka olarak göstererek, tahmini regresyon denklemi yazilmaktadir. Sapka olarak gösterilen ve tahmin olarak adlandirilan katsayilarin gerçek katsayilara en yakin sekilde hesaplanmasi için çesitli yöntemler gelistirilmistir. Bunlardan en iyisi "En Küçük Kareler Yöntemi" olarak isimlendirilen yöntemdir.

Kurulan regresyon modeli, $Y = a + bX$ ise,

Regresyon tahmini modeli, $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X$ olarak gösterilmektedir.

Tahmin modelindeki katsayilarin hesaplanmasi ve katsayilarinin problem kütleyi (anakütle) iyi yansitiyor mu, yani güvenliliginin sinanmasi islemleri sirasiyla gerçeklestirilecektir. Regresyon analizi uygulamalarinda, kurulan matemetiksel modeldeki bagimsiz degisken veya degiskenlerin bagimli degiskeni ne oranda etkiledigine katsayilar dahilinde bakilir. Regresyon analizi için kurulan modelde, bagimli ve bagimsiz degiskenin yanisira hata terimi olarak isimlendirilen degisken yer almaktadir. Hata teriminin modele alinma nedenlerinden bahsedersek;

Modele alinan Y ve X degiskenleri yapilan arastirmalarda yanlis ölçülmüs olabilir,

Seçilen degiskenler Y ve X'ler hatali sayida alinmis örnekler olabilir,

Ister basit regresyon, ister çoklu regresyon modeline bakiliyor olsun, kurulacak modelde bagimli degiskene (sonuç degiskeni), etki eden model disinda da bagimsiz degiskenler (sebep degiskenleri) olabilir. Hisse senedinin fiyatini bagimli, faiz oranlarini bagimsiz degisken olarak alir, basit dogrusal regresyon modeli kurarsak, hisse senedinin fiyatini etkileyen sermaye arttirimlari ve temettü ödemeleri, ekonomi ile ilgili haberler vs. baska unsurlar da vardir.

Bu unsurlar genel olarak e_i hata terimi olarak alinir, minimum olmasi beklenir. Hata terimini minimum yapan yöntem en küçük kareler yöntemi olup, bu yöntem katsayi degerlerinin hesaplanmasinda kullanilmaktadir.

Basit Dogrusal Regresyon Analizi

y= a+bx diye ifade edilen dogrusal iliski denkleminde bulunan a ve b katsayilari regresyon katsayilari olarak isimlendirilir. Jeofizik de bu basit denklemlerin kullanildigi pek çok alan bulunur. Örnegin kirilma dalgalari analizinde iknici tabakadan gelen kirilma dalgalarinin aliciya (kayit istasyonu) varis zamanlarinin bu denkleme göre yapilan regresyon analizi ile “kesme zamani ve tabaka hizinin” saptanmasi mümkündür. Regresyon analizinde a ve b katsayilari Xi ve Yi veri çiftleri kullanilarak bulunur. Bu sayede ayni deneyin tekrar etmesi sonucu X ve Y arasinda ne tür bir iliski olabilecegi a ve b katsayilari cinsinden ifade edilir. Ayrica verilerin tümünün saklanmasi yerine bilginin sadece bu iki katsayiya indirmenmesi saglanir. Varsayalim ki elimizde N adet (Xi, Yi) veri çifti olsun. Her bir Xi için Yi gözlemimiz olsun. Ayrica bunlarin dagilim diyagramina baktigimizda genel iliski egiliminin bir dogru boyunca oldugunu gözlemleyelim. Burada takip edilen yol gözlemsel veriler ile y=a+bx iliskisinin tarif ettigi model verileri arasindaki farkin bir ölçümü ve bu ölçümü kullanarak a ve b katsailarina ulasmaktir.

Kullanilan fark , ölçgm yöntemleri arasindaki farklarin mutlak degerleri toplami, farklarin karelerinin toplami, farklarin daha yüksek dereceden güçlerinin toplami gibi yöntemler arasindan farklarin karelerinin toplami matematiksel kolayligi nedeniyle tercih edilir.

$$e = \sum_{i=1}^{n} (\overline{y} - y_i)^2$$

$\overline{y}$ gözlemsel veri

$$e = \sum_{i=1}^{n} (\overline{y} - a - bx_i)^2$$

Amac en küçük e degerini verecek a ve b katsayilarini bulmak.

$$\frac{\partial e}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n} (\overline{y} - a - bx_i)$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n} (\overline{y} - a - bx_i)x_i$$

$$-2\sum_{i=1}^{n} (\overline{y} - a - bx_i) = 0$$

$$-2\sum_{i=1}^{n} (\overline{y} - a - bx_i)x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{y} - \sum_{i=1}^{n} a - \sum_{i=1}^{n} bx_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{y}x_i - \sum_{i=1}^{n} ax_i - \sum_{i=1}^{n} bx^2{}_i = 0$$

$$n.a + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \overline{y}_i . x_i$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \end{bmatrix}}_{\text{-------K---------}} = \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}}_{\text{--c--}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \overline{y}_i \\ \sum_{i=1}^{n} \overline{y}_i x_i \end{bmatrix}}_{\text{----M----}}$$

$C=K^{-1}M$, C, a ve b katsayilarini içeren çözüm vektörü matrisi
K katsayilar matrisi

YAKLASTIRMA YÖNTEMLERI

Çok degiskenli regresyon analizi

Verilerin istatistiki analizinde regresyon analizi terminalojisinde dogrusal ve dogrusal olmayan kavramlari dogrudan dogruya regresyon katsayilari ile iliski olarak tarif edilir. Örnek olarak y=a+bx dogrusal bir modeldir. Buradan dogrusallik a ve b katsayilarini yalin bir sekilde modelde bulunmasi nedeniyledir. Benzer olarak $y=a+bx+cx^2+dx^3$ ve $y=a+bx_1+cx_2+dx_1x_2$ regresyon modelleri de a,b,c ve d katsayilarinin modelde yalin olarak bulunmasi nedeniyle dogrusal regresyon modellerini tanimlar. Öte yandan $y=ab^x$

Iliskisi dogrusal olmayan bir regresyon analizi modelini tarif eder. Burada b katsayisi x inci kuvveti ile modelde yeralmaktadir.

$$(y_i , x1_i , x2_i)$$

$$e = \sum_{i=1}^{n} (yi - \bar{y}1)^2$$

$$e = \sum_{i=1}^{n} (\bar{y}i - a - bx1 - cx2 - dx1x2)^2$$

$$\frac{\partial e}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - a - bx1 - cx2 - dx1x2)$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n} (\bar{y} - a - bx1 - cx2 - dx1x2)x1$$

$$\frac{\partial e}{\partial c} = -2\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}i - a - bx1 - cx2 - dx1x2)x2$$

$$\frac{\partial e}{\partial d} = -2\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}1 - a - bx1 - cx2 - dx1x2)x1x2$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}i - a - bx1_i - cx2_i - dx1_i x2_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}i - a - bx1_i - cx2_i - dx1_i x2_i)x1_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}i - a - bx1_i - cx2_i - dx1_i x2_i)x2_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{y}i - a - bx1_i - cx2_i - dx1_i x2_i)x1_i x2_i = 0$$

$$n.a + b\sum_{i=1}^{n} x1_i + c\sum_{i=}^{n} x2_i + d\sum_{i=1}^{n} x1_i * x2_i = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x1_i + b\sum_{i=1}^{n} x1_i^{\ 2} + c\sum_{i=1}^{n} x1_i x2_i + d\sum_{i=1}^{n} x1_i^{\ 2} + x2_i = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i x1_i$$

YUVARLATMA ISLEMLERI VE SÜZGEÇLEMEYE GIRIS

1)Veriler: sinyal(istenen) + istenmeyen

↓

Düzenli gürültüler ⟷ Ölçtügümüz verilere rasgele olarak katilan gürültüler

*Bu gürültülerin verilerden kaldirilmasi islemine süzgeç yâda yuvarlatma islemi denir.

2)Bunun yaninda; gravite manyetik yöntemlerde;

Derin yada sig belirtileri çalismanin hedefine göre birbirinden ayirmak için yuvarlatma ve süzgeçleme islemleri yapilir.

3) Bunun yaninda kiyi sekillerinin(sayisal) düzgünlestirmesi islemlerinde kullanilir.

Süzgeçler (Filtreler)

1)Alçak geçisli süzgeçler(Low-pass)

2)Yüksek geçisli süzgeçler (High-pass)

3)Band geçisli süzgeçler (Band-pass)

4)Band durduran süzgeçler(Band –rejection)

5)Sadece tek bir frekansi durduran süzgeçler (Notch)

Tanimlar

Süzgeç: Verilerimizdeki istenmeyen gürültüleri bastirmak, sinyal olarak niteledigimiz istenen kismi ise ortaya çikaran matematiksel operatörlere süzgeç denir. Yukaridaki verilen süzgeç tanimlari, süzgeçlerin frekans ortaminda tanimlanmasini saglayan genlik spektrumuna göre yapilir.

Bütün bu tanimlanan süzgeçler verilerdeki istenilen frekans bandinda yer alan sinüzoidal bilesenlerin süzgeçten geçmesi, istenmeyen frekans bandindan yer alan sinüsoidal bilesenleri süzgeç tarafindan durdurulmasi esasina dayanir.

ILISKI (CORRELATION) FONKSIYONLARI

$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ gibi iki zaman fonksiyonu arsindaki iliskiyi iki sürecin bagimsiz degiskenleri arasindaki iliski olarak ele alinir.

$$x_1 = \left\{ x_1{}^0, x_2{}^1, x_3{}^2, ... \right\}$$
$$x_2 = \left\{ x_2{}^0, x_2{}^1, ... \right\}$$

Gibi iki süreç olsun ikisi arasindaki iliski

$\frac{1}{T}\int x_1(t).x_2(t+t)dt$ olarak verilir.

Jeofizikte iliski çok çesitli amaçlarda kullanilmaktadir. Örnegin zaman serilerindeki dönemselliklerinin incelenmesi güç spektrumu hesaplanmasi, çapraz güç spektrumu, sismik sinyallerdeki gürültünün bastirilmasi, sinyal sikismasi, biçim, ignecik ve ön kestirme ters evrisimleri uyum süzgeçleri gibi.

Periyodik verilerde iliski

Periyotlari T, temel frekanslari birbirine esit ve w olan $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ fonksiyonu iliskisi

$$Cx_1x_2(t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_1(t)x_2(t+t)dt$$

$t \rightarrow$ bir fonksiyonun digerine göre kayma miktarini belirleyen degisken

t $x_2(t)$ Fonksiyonun $x_1(t)$' ye göre kayma miktaridir ve t zamanin(t) fonksiyonu degildir. Önce $x_2(t)$ fonksiyonu t kadar kaydirilmakta $x_1(t)$ ile çarpilmakta, tümleme ile T periyodu boyunca ortalamasi alinmakta, her t kaymasi için islem yinelenmektedir. Yukarida verilen baginti ile verilen isleme aslinda $x_1(t)$ ile $x_2(t)$ arasindaki çapraz(cross) iliski (correlation) adi verilir.

$x_1(t) \neq x_2(t)$ Çapraz iliski ön sarti $x_1(t)$ nin $x_2(t)$ ye özdes olmasi durumunda ise iliski öz iliski(autocorrelation) adini alir.

Periyodik bir fonksiyon için öz iliski

$$C_{xx}(t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t).x(t+t)dt$$

Periyodiklik kuralindan

X(t)=x(t+T)

x(t+t)=x(t+ t +T)

ILISKI (CORRELATION) FONKSIYONLARI

$x_1(t)$ ve $x_2(t)$ gibi iki zaman fonksiyonu arsindaki iliskiyi iki sürecin bagimsiz degiskenleri arasindaki iliski olarak ele alinir.

$$x_1 = \{x_1^{\ 0}, x_2^{\ 1}, x_3^{\ 2}, \ldots\ldots\ldots\}$$
$$x_2 = \{x_2^{\ 0}, x_2^{\ 1}, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$$

Gibi iki süreç olsun ikisi arasindaki iliski

$\frac{1}{T}\int x_1(t).x_2(t+t)dt$ olarak verilir.

Jeofizikte iliski çok çesitli amaçlarda kullanilmaktadir. Örnegin zaman serilerindeki dönemselliklerinin incelenmesi güç spektrumu hesaplanmasi, çapraz güç spektrumu, sismik sinyallerdeki gürültünün bastirilmasi, sinyal sikismasi, biçim, ignecik ve ön kestirme ters evrisimleri uyum süzgeçleri gibi.

Periyodik verilerde iliski

Periyotlari T, temel frekanslari birbirine esit ve w olan $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ fonksiyonu iliskisi

$$Cx_1x_2(t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_1(t)x_2(t+t)dt$$

$t \rightarrow$ bir fonksiyonun digerine göre kayma miktarini belirleyen degisken

t $x_2(t)$ Fonksiyonun $x_1(t)$' ye göre kayma miktaridir ve t zamanin(t) fonksiyonu degildir.

Önce $x_2(t)$ fonksiyonu t kadar kaydirilmakta $x_1(t)$ ile çarpilmakta, tümleme ile T periyodu boyunca ortalamasi alinmakta, her t kaymasi için islem yinelenmektedir. Yukarida verilen baginti ile verilen isleme aslinda $x_1(t)$ ile $x_2(t)$ arasindaki çapraz(cross) iliski (correlation) adi verilir.

$x_1(t) \neq x_2(t)$ Çapraz iliski ön sarti $x_1(t)$ nin $x_2(t)$ ye özdes olmasi durumunda ise iliski öz iliski(autocorrelation) adini alir.

Periyodik bir fonksiyon için öz iliski

$$C_{xx}(t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t).x(t+t)dt$$

Periyodiklik kuralindan

X(t)=x(t+T)

x(t+ t)=x(t+ t +T)

$$C_{xx}(t+T)=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t+T).x(t+T+t)dt$$

$x(t+T+t)=x(t+t)$ Yazilabilir.

$$C_{xx}(t+T)=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t).x(t+t)dt$$

$$C_{xx}(t+T)=C_{xx}(t)$$

*Fonksiyon periyodik ise öz iliski de periyodiktir.

ILISKININ ÇALISMA SEKLI

n=4 elemanli iki fonksiyon olsun

$$x_1=\{x_1^{\,0},x_1^{\,1},x_1^{\,2},x_1^{\,3}\}$$

$$x_2=\{x_2^{\,0},x_2^{\,1},x_2^{\,2},x_2^{\,3}\}$$

$$\begin{array}{lllll} x_1^{\,0} & x_1^{\,1} & x_1^{\,2} & x_1^{\,3} & \rightarrow \text{ sabit olarak yerinde olsun} \\ x_2^{\,0} & x_2^{\,1} & x_2^{\,2} & x_2^{\,3} & \Rightarrow t \text{ ile çekelim} \\ t=0 & t_1 & t_2 & t_3 & \end{array}$$

$$C_{x1x2}(t=0)=x_1^{\,0}x_2^{\,0}+x_1^{\,1}x_2^{\,1}+x_1^{\,2}x_2^{\,2}+x_1^{\,3}x_2^{\,3}$$

$$\begin{array}{llllll} C_{x1x2}(t=1)= & x_1^{\,0} & x_1^{\,1} & x_1^{\,2} & x_1^{\,3} & \\ & & x_2^{\,0} & x_2^{\,1} & x_2^{\,2} & x_2^{\,3} \end{array}$$

$$=x_1^{\,1}x_2^{\,0}+x_1^{\,2}x_2^{\,1}+x_1^{\,3}x_2^{\,2}$$

$$\begin{array}{lllllll} C_{x1x2}(t=2)= & x_1^{\,0} & x_1^{\,1} & x_1^{\,2} & x_1^{\,3} & & \\ & & & x_2^{\,0} & x_2^{\,1} & x_2^{\,2} & x_2^{\,3} \end{array}$$

$$=x_1^{\,2}\,x_2^{\,0}+x_1^{\,3}\,x_2^{\,1}$$

$$\begin{array}{llllllll} C_{x1x2}(t=3)= & x_1^{\,0} & x_1^{\,1} & x_1^{\,2} & x_1^{\,3} & & & \\ & & & & x_2^{\,0} & x_2^{\,1} & x_2^{\,2} & x_2^{\,3} \end{array}$$

$$=\ x_1^{\,3}\,x_2^{\,0}$$

Örnek: $x = \{2,1,3\}$ öz iliski fonksiyonunu çikariniz.

2 1 3
* * * $t = 0$ $C_{xx}(0) = 4+1+9 = 14$
2 1 3

---

2 1 3 0
0 2 1 3 $t = 1$ $C_{xx}(1) = 2+3 = 5$

---

2 1 3 0 0
0 0 2 1 3 $t = 2$ $C_{xx}(2) = 6$ $\{14,5,6\}$

$(-t)$ için ayni islemleri yapalim

2 1 3
2 1 3 $-t = 0$ $C_{xx}(0) = 14$

---

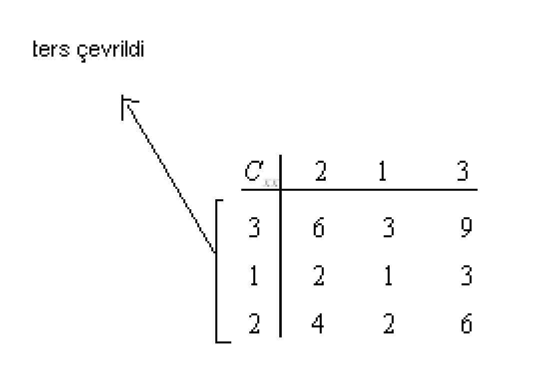
0 2 1 3
2 1 3 0 t = -1 $C_{xx}(-1) = 2+3 = 5$

---

0 0 2 1 3
2 1 3 0 0 t = -2 $C_{xx}(-2) = 6$ $\{14,5,6\}$

*****öz iliski fonksiyonu simetriktir. $C_{xx}(t) = C_{xx}(-t)$

Tablo ile pratik hesaplama



C_{xx}	2	1	3
3	6	3	9
1	2	1	3
2	4	2	6

$$\longleftrightarrow$$
6 5 14 5 6

Iki fonksiyonun toplamlarinin öz iliskisi

x(t) ve y(t) gibi iki zaman fonksiyonunun toplamlarindan olusan

z(t)=x(t)+y(t) fonksiyonunun $C_{zz}(t)$ öz iliskisi

$$C_{zz}(t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} z(t)z(t+t)dt$$

z(t)=x(t)+y(t)

$$z(t+t) = x(t+t) + y(t+t)$$

$$C_{zz}(t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} [x(t)+y(t)].[x(t+t)+y(t+t)]dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} [x(t)x(t+t) + x(t)y(t+t) + y(t)x(t+t) + y(t)y(t+t)]dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+t)dt + \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+t)dt + \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} y(t)x(t+t)dt + \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} y(t)y(t+t)dt$$

$$C_{zz}(t) = C_{xx}(t) + C_{xy}(t) + C_{yx}(t) + C_{yy}(t)$$

$$C_{xy}(t) \neq C_{yx}(t)$$

$$C_{xy}(t) = C_{yx}(-t)$$

Periyodik verilerde oldugu gibi periyodik olmayan verilerinde öz iliski fonksiyonlari tanimlanabilir. Özellikle rasgele süreçlerin öz iliski fonksiyonlari su genel özelligi gösterir.

$t = 0$ Oldugunda mükemmel bir rasgelelik varsa öz iliski fonksiyonu sifirdan farkli, t ‘nun sifirdan fakli degerleri için ise öz iliski fonksiyonu sifirdir.

**Periyodik olmayan verilerin sifir(0) kaymasindaki öz iliski degerleri toplam enerjilerine esittir.

$$C_{xx}(t) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+t)dt$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow$$

$$0 \qquad\qquad\qquad\qquad 0$$

$$C_{xx}(0) = \frac{1}{t}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)^2 dt$$

Geçici verilerin Çapraz iliskisi

$$C_{xy}(t)=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+t)\,dt$$

$C_{xy}(t)$ ile $C_{yx}(t)$ birbirinden farklidir.

Örnek: $x=\{1,2,3\}$, $y=\{3,4,6\}$ ise C_{xy} =? , C_{yx} = ?

C_{xy}	1	2	3
6	6	12	18
4	4	8	12
3	3	6	9

$C_{xy}=\{6,16,29,18,9\}$

C_{yx}	3	4	6
3	9	12	18
2	6	8	12
1	3	4	6

$C_{yx}=\{9,18,29,16,6\}$ $\qquad C_{xy}(t)=C_{yx}(-t)$

Uygulama:

$a=\{-1,-2,0,3,5,4,2,0,-1,0\}$
$b=\{0,2,1,-1,-2,0,4,2,0-1\}$

Cab	-1	-2	0	3	5	4	2	0	-1	0
-1	**1**	**2**	0	**-3**	-5	**-4**	-2	**0**	1	**0**
0	**0**	0	**0**	0	**0**	0	**0**	0	**0**	0
2	-2	**-4**	0	**6**	10	**8**	4	**0**	-2	**0**
4	**-4**	-8	**0**	12	**20**	16	**8**	0	**-4**	0
0	0	**0**	0	**0**	0	**0**	0	**0**	0	**0**
-2	**2**	4	**0**	-6	**-10**	-8	**-4**	0	**2**	0
-1	1	**2**	0	**-3**	-5	**-4**	-2	**0**	1	**0**
1	**-1**	-2	**0**	3	**5**	4	**2**	0	**-1**	0
2	-2	**-4**	0	**6**	10	**8**	4	**0**	-2	**0**
0	**0**	0	**0**	0	**0**	0	**0**	0	**0**	0

Cab=1,2,-2,-11,-13,4,25,29,11,-9,-12,-1,12,12,5,-1,-2,0,0

Cba	0	2	1	-1	-2	0	4	2	0	-1

0
-1
0
2
4
5
3
0
-2
-1

Cba=0,0,-2,-1,5,12,12,-1,-12,-9,11,29,25,4,-13,-11,-2,2,1

$Cab(-t) = Cba(t)$

Caa	-1	-2	0	3	5	4	2	0	-1	0
0										
-1										
0										
2										
4										
5										
3										
0										
-2										
-1										

Caa=0,1,2,-2,-11,-18,-11,14,45,60,45,14,-11,-18,-11,-2,2,1,0

ÖDEV: Yukaridaki a,b dalgaciklari Caa, Cbb, Cab, Cba fonksiyonlarini çiziniz.

z(t)= a(t)+b(t) ise

Czz(t)=Caa(t)+Cbb(t)+Cab(t)+Cba(t) oldugunu gösteriniz.

$z = \{-1,0,1,2,3,4,6,2,-1,-1\}$

Czz	-1	0	1	2	3	4	6	2	-1	-1
-1										
-1										
2										
6										
4										
3										
2										
1										
0										
-1										

Czz(0)=73=60+31-9-9 Czz(-5) için -7=-11+12-13+5

73= 73 -7=-7

Evrisim(Convolution) –konvolüsyon-

Evrisim zamanla degismeyen tüm dogrusal dizgeler için geçerli bir islemdir. Bir dizgede giris sinyali ile çikis sinyali arsinda dogrusal bir iliski varsa bu dizgeye dogrusal dizge denir.

Çogu jeofizik uygulamada yer kürenin kendisi de bir dogrusal dizge gibi davranir; kaynakta olusturulan bir uyari sinyaline belli bir tepki gösterecek onu baska bir sinyale dönüstürür. Kaynakta belli bir biçime sahip olan uyari dalgacigi yer içi tarafindan biçim degisikligine ugratilarak algilama noktasinda baska bir dalgacik olarak gözlenir. Yer içinin dönüsüm fonksiyonu katmanli yapiya ve bu yapi içindeki fiziksel özelliklere bagli olarak degisir. Bu nedenle yerin belirli bir uyariya karsi dönüsüm fonksiyonunu bulmakla yer içinin yapisal degisimini modellemek es anlamlidir. Bu nedenle de evrisim kavrami jeofizikte önemli bir araçtir.

Matematiksel olarak $f_1(t)$ ve $f_2(t)$ gibi iki türdeki fonksiyonun evrisimi

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t-t) dt$$ ile tanimlanir.

Evrismis (convoled) yine bir zaman fonksiyonudur.

Evrisim * ile gösterilir.

$f(t)=f_1(t)*f_2(t)$

Eger $f_1(t)$ t=0 zamanindan önce tanimlanmamis ise (causal)

$$f(t) = \int_{0}^{\infty} f_1(t) f_2(t-t) dt$$

Bu problemi dogrusal dizgenin girdisi ve çiktisi olarak alirsak

y(t)=x(t)*h(t)

çikti=girdi*dogrusal dizgenin impuls tepkisi

$$y(t) = \int_{0}^{\infty} x(t) h(t-t) dt$$

$$\int_{0}^{\infty} x(t) h(t-t) dt = \int_{0}^{\infty} h(t) x(t-t) dt$$ Evrisimin yer degistirme özelligi

Konvolüsyonun temel özellikleri

1) Dogrusallik x(t)=x1(t)+x2(t) ise x(t)*h(t)=x1(t)*h(t)+x2(t)*h(t)
2) Kümülatiflik (Sira degistirme)
3) Simetri özelligi
4) Impuls ile evrisen fonksiyon kendini verir.

Dogrusal sistemin özellikleri

1) a(t) $\rightarrow$ sistem $\rightarrow$ b(t) b(t)=a(t)*s(t)

c(t) $\rightarrow$ sistem $\rightarrow$ d(t) d(t)=c(t)*s(t)

a(t)+c(t) $\rightarrow$ sistem $\rightarrow$ b(t)+d(t)

2)a(t) $\rightarrow$ s(t) $\rightarrow$ b(t)

A.a(t) $\rightarrow$ s(t) $\rightarrow$ A.b(t)

3)Sistem ancak bir giris oldugunda, bir çiki verir(pasif sistem)

4)A.a(t)+B.c(t) $\rightarrow$ sistem $\rightarrow$ A.b(t)+B.d(t)

5) Sistem zamanla degismeyen bir cevap verme özelligine sahiptir.

a(t) $\rightarrow$ s(t) $\rightarrow$ b(t)
a(t $\mp$ P) $\rightarrow$ s(t) $\rightarrow$ b(t+ $\mp$ P)

Konvolüsyon genel olarak 4 ana islemden olusmaktadir.

1)Fonksiyonlardan birinin düsey eksen etrafinda katlanmasi(folding)

2)Kaydirma islemi(Katlanma fonksiyonu diger fonksiyona göre kaydirilmasi)

3)Çarpma islemi (Karsilikli duran fonksiyonlarin örtüsen kisimlarin çarpilmasi)

4)Toplama islemi (Türetilen fonksiyonun integralinin alinmasi katsayilarin toplanmasi)

Bu tüm basamaklar seçilen bir t=t0 aninda çikis almak içindir. Sonuç olarak, x(t) ve s(t) kullanilarak üçüncü bir fonksiyon y(t) elde edilir.

** Korelâsyon ile konvolüsyon arsindaki fark korelâsyonda katlanmadigi halde, konvolüsyoda katlanma vardir.

Evrisim isleminin yöntemleri

1) Iki fonksiyonun açik olarak yazilip kaydirilmasi

$x(t) = \{x_0, x_1, x_2, x_3\} \rightarrow$ 4 elemanli

$s(t) = \{s_0, s_1, s_2\} \rightarrow$ 3 elemanli

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & & & \\
s_2 & s_1 & s_0 & & & & & & \\
 & s_2 & s_1 & s_0 & & & & & \\
 & & s_2 & s_1 & s_0 & & & & \\
 & & & s_2 & s_1 & s_0 & & & \\
 & & & & s_2 & s_1 & s_0 & & \\
 & & & & & s_2 & s_1 & s_0 &
\end{array}
$$

$y_0 = x_0 s_0$

$y1 = x_1 s_0 + x_0 s_1$

$y = x_2 s_0 + x_1 s_1 + x_0 s_2$

$y3 = x_3 s_0 + x_2 s_1 + x_1 s_2$

$y4 = x_3 s_1 + x_2 s_2$

$y5 = x_3 s_2$

Çikis 6 elemanli k=xn+sm-1=4+3-1=6

2) Matris elemanlarinin elde edilmesi

	x0	x1	x2	x3
s0	s0.x0	s0.x1	s0.x2	s0.x3
s1	s1.x0	s1.x1	s1.x2	s1.x3
s2	s2.x0	s2.x1	s2.x2	s2.x3

3) Polinom çarpimi olarak

$x(t) = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$

$s(t) = \{s_0, s_1, s_2\}$

$x(z) = x_0 z^0 + x_1 z^1 + x_2 z^2 + x_3 z^3 \rightarrow$ 3. dereceden ‘z’ bagimsiz degiskenin bir polinomu

$s(t) = s_0 z^0 + s_1 z^1 + s_2 z^2 \rightarrow$ 2. derecen ‘z’ bagimsiz degiskenin bir polinomu

$y(z) = x(z).s(z)$

Polinom katsayilari ayrik fonksiyonlarin degerlerine esittir.

$$(x_0 + x_1 z + x_2 z^2 + x_3 z^3).(s_0 + s_1 z + s_2 z^2)$$
$$= x_0 s_0 + x_0 s_1 z + x_0 s_2 z^2 + x_1 s_0 z + x_1 s_1 z^2 + x_1 s_2 z^3 + x_2 s_0 z^2 + x_2 s_1 z^3 + x_2 s_2 z^4 + x_3 z^3 s_0 + x_3 s_1 z^4 + x_3 s_2 z^5$$

$$= (x_0 s_0) z^0 + (x_0 s_1 + s_0 x_1) z^1 + (x_0 s_2 + x_1 s_1 + x_2 s_0) z^2 + (x_1 s_2 + x_2 s_1 + x_3 s_0) z^3 + (x_2 s_2 + x_3 s_1) z^4 + (x_3 s_2) z^5$$

4)Baska bir ortamda (frekans ortami) çarpma islemi olarak evrisim teoremi (konvolüsyon Teoremi)

$a.b = c$

$\log(a.b) = \log(c)$

$\log(a) + \log(b) = \log(c)$

$\log^{-1}(\log c) = c$

Zaman ortami $\rightarrow$ zaman fonksiyonlarin evrisim islemi

Frekans ortami $\rightarrow$ zaman fonksiyonlarin çarpma islemi

Zaman ortaminda evrisim frekans ortaminda çarpma islemine karsilik gelir.

Zaman ortamindan frekans ortamina geçis, t ortamindan f ortamina geçis Fourier transformu ismi verilen bir integral dönüsüm denklemiyle saglanir.

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t).e^{-iwt}dt$$

$\downarrow$ F.T çekirdek fonksiyonu

f(t) $\rightarrow$ gerçel(real) bir fonksiyon (sanal bileseni yok yani karmasik- komplex degil)

F(w) $\rightarrow$ karamsik fonksiyon

$x(t) \rightarrow y(t) \rightarrow z(t) \qquad z(t) = x(t) * y(t)$

$$x(t) \xrightarrow{F.T} x(w)$$
$$y(t) \xrightarrow{F.T} y(w)$$
$$z(t) \xrightarrow{F.T} z(w)$$

$z(t)$ çikisi

$$z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-t)dt$$

$$z(w) = \int_{-\infty}^{\infty} z(t)e^{-iwt}dt$$

$$z(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-t)dt \right\} e^{-iwt}dt$$

$t - t = p \qquad t = p + t \qquad dt = dp$

$$z(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(t).y(p)dt \right\} e^{-iw(p+t)}dp$$

$\downarrow$

$e^{-i.w.p} \quad e^{-i.w.t}$

$$z(w) = \left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-iwt}.dt \right)\left(\int_{-\infty}^{\infty} y(p).e^{-i.w.p}.dp \right)$$

x in F.T y nin F.T

$$z(w) = x(w).y(w)$$
$$z(t) = x(t).y(t)$$

,

Uygulama

x(t)={3,7,2,4,1} m=5

h(t)={1,4,2} n=3

yani boyut y(t)k=5+3-1=7

$y(t) = x(t) * h(t)$

y(t)	1	4	2
3	3	12	6
7	7	28	14
2	2	8	4
4	4	16	8
1	1	4	2

y(t)={3,19,36,26,21,12,2}

II.yol

```
        3   7   2   4   1
2   4   1
    2   4   1
        2   4   1
            2   4   1
                2   4   1
                    2   4   1
                        2   4   1
```

y(t)=3,12+7,6+28+2,14+18+4,4+16+1,8+4,2

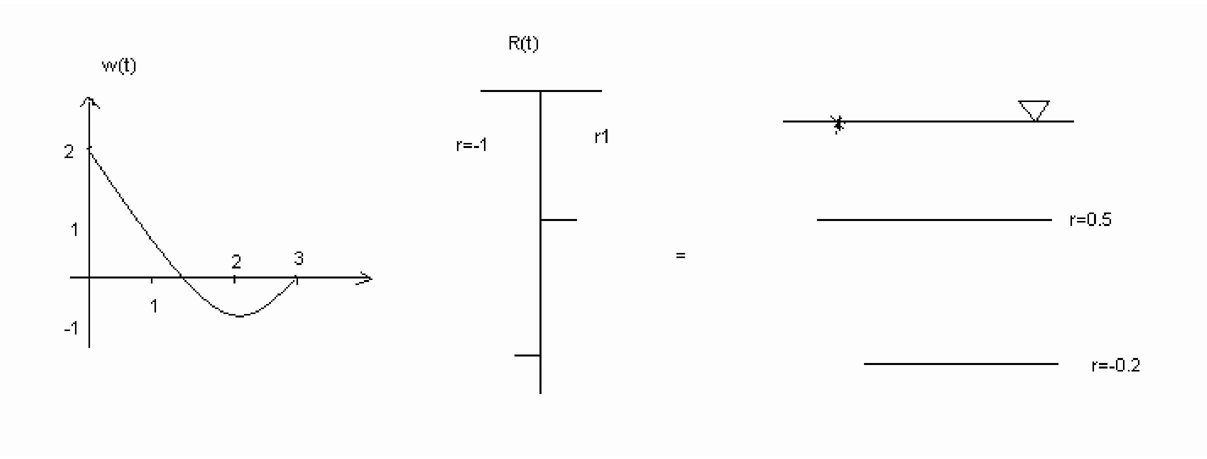
y(t)={3,19,36,26,21,12,2}

**Not: Evrisimde fonksiyonlar aynen tabloda yazilirken iliski de ise bir tanesi ters çevrilir.

2) R(t)={0,0,0,0.5,0,0,0,0,-0.2,0}

W(t)=(2,1,-1,0)

s(t)=w(t)*R(t) bulunuz.



$$r = \frac{v_2 d_1 - v_1 d_1}{v_2 d_2 + v_1 d_1}$$

s(t)	0	0	0	0.5	0	0	0	0	-0.2	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	-0.4	0
1	0	0	0	0.5	0	0	0	0	-0.2	0
-1	0	0	0	-0.5	0	0	0	0	0.2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

S(t)=0,0,0,1,(0.5),(-0.5),0,0,(-0.4),(-0.2),(0.2),0,0

YUVARLATMA ISLEMLERI VE SÜZGEÇLEMEYE GIRIS

1)Veriler: sinyal(istenen) + istenmeyen

↓

Düzenli gürültüler ⟷ Ölçtügümüz verilere rasgele olarak katilan gürültüler

*Bu gürültülerin verilerden kaldirilmasi islemine süzgeç yâda yuvarlatma islemi denir.

2)Bunun yaninda; gravite manyetik yöntemlerde;

Derin yada sig belirtileri çalismanin hedefine göre birbirinden ayirmak için yuvarlatma ve süzgeçleme islemleri yapilir.

3) Bunun yaninda kiyi sekillerinin(sayisal) düzgünlestirmesi isle mlerinde kullanilir.

Süzgeçler (Filtreler)

1)Alçak geçisli süzgeçler(Low-pass)

2)Yüksek geçisli süzgeçler (High-pass)

3)Band geçisli süzgeçler (Band-pass)

4)Band durduran süzgeçler(Band –rejection)

5)Sadece tek bir frekansi durduran süzgeçler (Notch)

Tanimlar

Süzgeç: Verilerimizdeki istenmeyen gürültüleri bastirmak, sinyal olarak niteledigimiz istenen kismi ise ortaya çikaran matematiksel operatörlere süzgeç denir. Yukaridaki verilen süzgeç tanimlari, süzgeçlerin frekans ortaminda tanimlanmasini saglayan genlik spektrumuna göre yapilir.

Bütün bu tanimlanan süzgeçler verilerdeki istenilen frekans bandinda yer alan sinüzoidal bilesenlerin süzgeçten geçmesi, istenmeyen frekans bandindan yer alan sinüsoidal bilesenleri süzgeç tarafindan durdurulmasi esasina dayanir.

1)Alçak geçisli süzgeç(Low-pass fitler);Istenilen bir kesme frekansindan daha küçük frekansli sinüsoidal bilesenleri geçiren, bu kesme frekansindan daha büyük frekansli sinüsoidal bilesenleri durduran süzgeç tipidir.

$$f(t) \rightarrow süzgeç$$

$$f(t) \rightarrow FourierTransformu \rightarrow F(w)$$ Zaman ortamindan frekans ortamina geçis

$$f(t) \leftarrow TersFourierTransfrmu \leftarrow F(w)$$

$\downarrow$ $\downarrow$

Zaman ortami(time domain) frekans ortami(frequency domain)

$F(w) \rightarrow GenlikSpektrumu$

$\rightarrow FazSpektrumu$

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt}dt$$

$$e^{-iwt} = \cos(wt) - i\sin(wt)$$

$$i = \sqrt{-1} sanal(complex)$$

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)[\cos(wt) - i\sin(wt)]dt$$

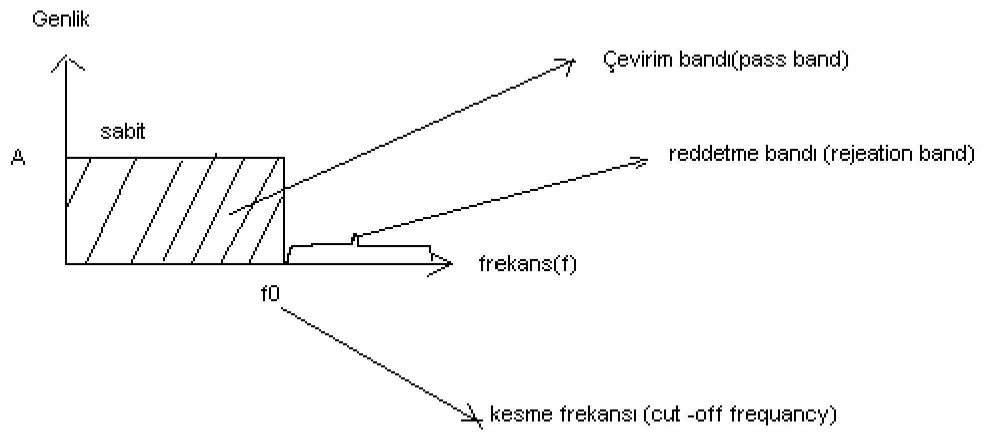
$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(wt)dt - i\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(wt)dt$$

$$\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow$$

Gerçel kisim Sanal kisim

$$F(w) = R[F(w)] + i\,\text{Im}[F(w)] \Rightarrow komplexfonksiyon$$

- Isareti içeriye verildi.
- 1)Genlik Spektrumu: $|F(w)| = \sqrt{R[f(w)]^2 + \text{Im}[F(w)]^2}$
- 2)Faz spektrumu: $f(w) = \tan^{-1} = \left\{\dfrac{\text{Im}[F(w)]}{R[F(w)]}\right\}$



$$Fazspektrumu\{f(w) = 0\}$$

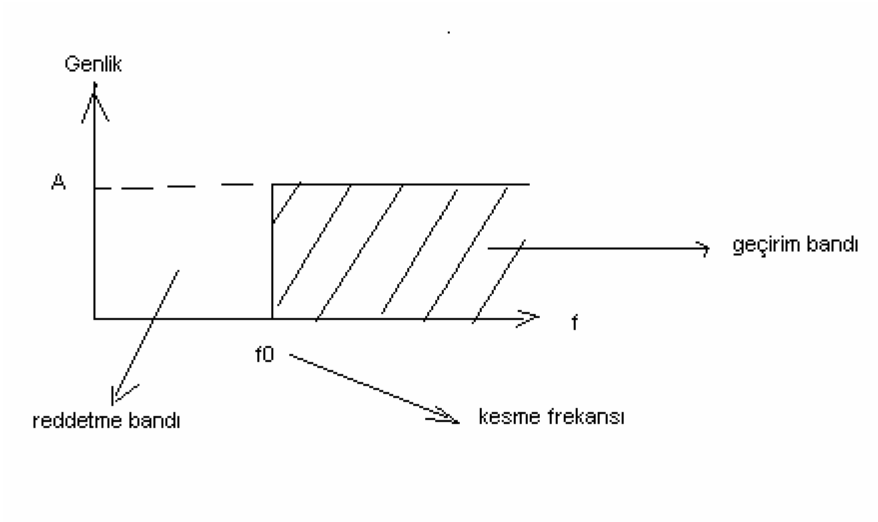
$|F(w)| = A \rightarrow f \leq f_0$

$|F(w)| = 0 \rightarrow f > f_0$ Genlik spektrumu

2)Yüksek geçisli süzgeç(High-pass fitler); istenilen bir kesme frekansindan daha büyük bir frekansli sinüsoidal bilesenleri geçiren, daha küçük frekansli sinüsoidal bilesenleri durduran süzgeç tipidir.

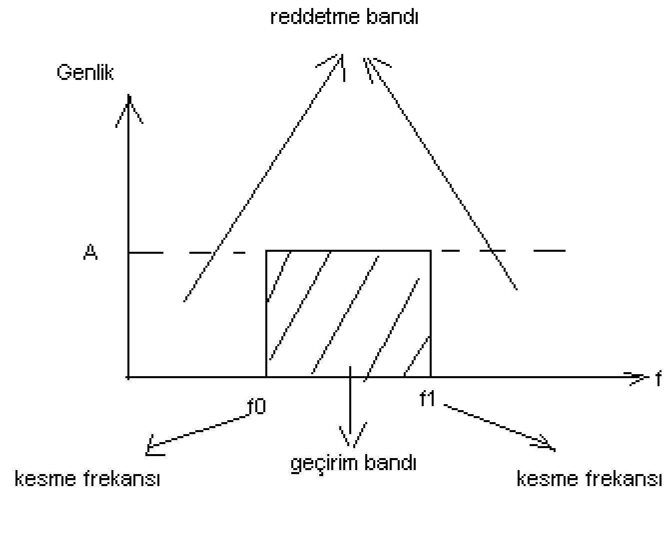
**Alçak geçisli süzgeçler: Derin yapilarin etkilerini ortaya çikarirken

**yüksek geçisli süzgeçler: Sig yapilarin etkilerini ortaya çikarir.



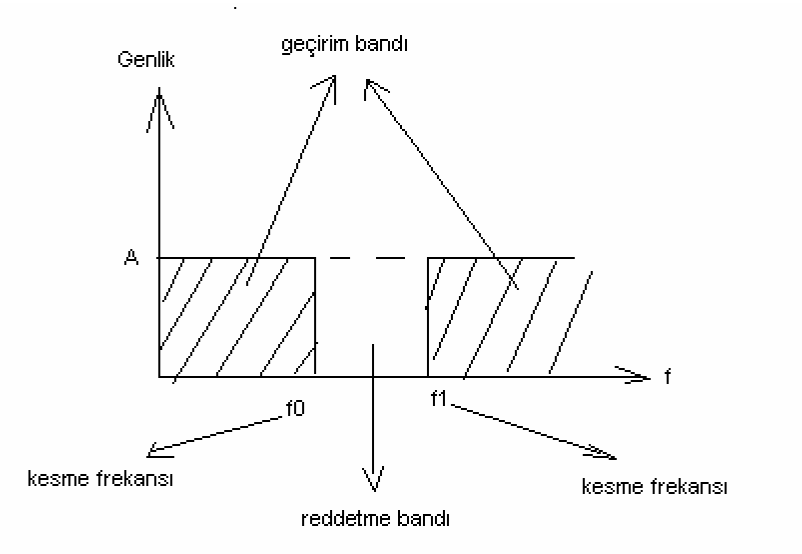
$$|F(w)| = A \rightarrow f \geq f_0$$
$$|F(w)| = 0 \rightarrow f < f_0$$

3) Band geçisli Süzgeç (Band –pass fitler); Istenilen iki kesme frekansi arasinda yer alan sinüsoidal bilesenleri içeren, bu kesme frekanslari disinda kalan bölgelerde sinüsoidal bilesenleri geçirmeyen süzgeç tipidir. Özellikle sismik kayitlarin gürültü analizinde etkin kullanilir.



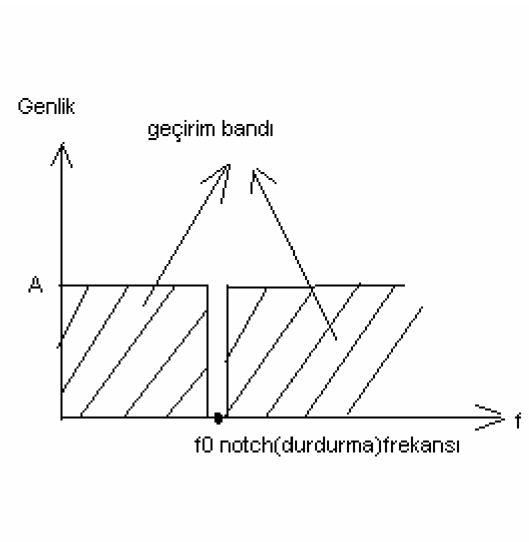
$|F(w)| = A \rightarrow f_0 \leq f \leq f_1$
$|F(w)| = 0 \rightarrow f < f_0 ve f > f_1$

4) Band durduran Süzgeç(Band Rejection Fitler); Iki kesme frekansi arasinda bulunan frekanslardaki sinüsoidal bilesenleri geçiren, bu kesme frekanslarindan daha küçük veya daha büyük frekansli sinüsoidal bilesenleri geçiren süzgeç tipidir.



$|F(w)| = A \rightarrow f \leq f_0, f \geq f_1$
$|F(w)| = 0 \rightarrow f_0 < f < f_1$

5) Istenilen Bir Frekansta geçirimiz Süzgeç (Notch Fitler); Seçilen kesme frekansinda o frekansta bulunan sinüsoidal bileseni geçirmeyen, diger bütün frekansli sinüsoidal bilesenleri geçiren süzgeç tipidir. Böyle bir süzgeç genelde 50 Hz.'lik sehir cereyaninin ölçümler üzerindeki etkisini kaldirmak için kullanilir.



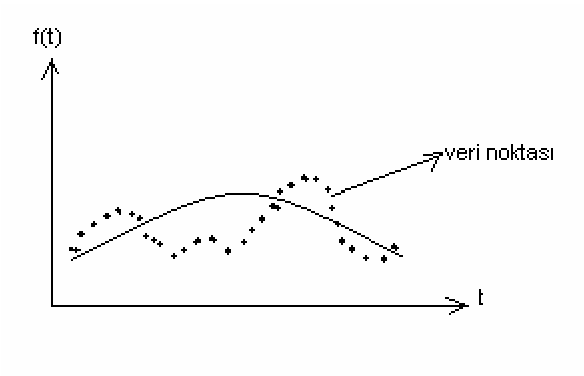
$\left|F(w)\right| = A \rightarrow f \neq f_0$

$\left|F(w)\right| = 0 \rightarrow f = f_0$

Süzgeçlerin hepsinde faz spektrumu $f(w) = 0$

Yuvarlatma isleçleri(operatörleri)

Daha öncede deginildigi gibi yuvarlatma operatörleri alçak geçisli süzgeçlerde karsilik gelir.



Yüksek frekansli degisimleri verilerde ayirt eder.

Örnek olarak ilk 5 degerin aritmetik ortalamasini alirsak;

$$\frac{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5}{5} = \bar{f_0}$$

$$\frac{f_1}{5} + \frac{f_2}{5} + \frac{f_3}{5} + \frac{f_4}{5} + \frac{f_5}{5} = \bar{f_0}$$

$\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right)$Hepsinin toplami =1

Uyguladigimiz operatörün katsayilari toplami 1 ise ortalama genlik sayisi korunmus olur. Operatör boyu ne kadar uzun olursa yuvarlatma(yumusatma)islemi o kadar fazla olur.

**Yuvarlatma operatörü tek sayi olmalidir.(3,5,7,9, ,,,,,,,,2n+1) n=0,1,2…..

Bunun nedeni tek sayi olursa faz kaymasi engellenmis olur.

Eger l=4 olursa $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} f_1 + \frac{1}{4} f_2 + \frac{1}{4} f_3 + \frac{1}{4} f_4$ Orta nokta bulunamaz.

Faz aymasina sebep olur.

****Orta noktanin saga yada sola kaydirilmasi gerekir.

****Katsayilar toplami 1 olmalidir. Bu sekilde verinin ortalama genlik degerinde bir degisim olmaz.

<u>Yuvarlatma ile ilgili bilinmesi gerekenler</u>

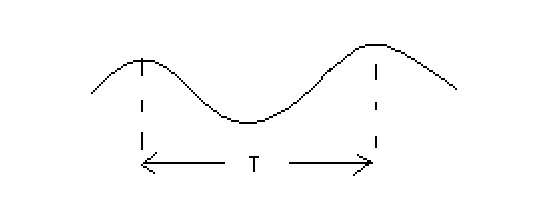
1) $F(w)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt}\,dt$

f(t) zaman ,F(w) frekans ortami fonksiyonlari

'ṫ' zaman degiskeni

'w' açisal frekans = $2pf$

$$f=\frac{1}{T(periyot)}$$



*Bir yuvarlatma islecinin Fourier transformunu alirsak, bu islecin frekans ortaminda dönüsüm fonksiyonunu buluruz.

****Zaman ortaminda konvolusyon$\Leftrightarrow$ frekans ortaminda çarpmaya esittir.(Konvolusyon teoremi)

Yer altini dogrusal sistem olarak düsünürsek

$x(t)\rightarrow G(t)\rightarrow z(t)$

Girdi$\rightarrow$ Yer$\rightarrow$ Çikti

Sinyal$\rightarrow$Yer alti tepkisi$\rightarrow$Ölçüm

Zaman ortami $z(t)=x(t)*G(t)$ frekans ortami $x(w).G(w)=z(w)$

$\downarrow$

Konvolüsyon isareti

2)Kayan ortalama islemi bir alçak geçisli süzgece karsilik gelir.

3)Giris ve çikis verileri arasinda faz kaymasina meydan vermemek için, isleç tek elemanli ve bakisimli(simetri) olmalidir

4)Isleç katsayilarin toplami 1 e esit olmalidir. Bu sekilde giris verisinin genlik degerinde bir degisim yapilmamis olmalidir.

5) Iki ayri isleç ardisik olarak (birbiri ardina) uygulanabilir. Isleç uygulamasi bir konvolüsyon islemine karsilik geldiginden ardisik uygulamali isleçlerin veri üzerindeki toplam etkisi, bu isleçlerin frekans ortaminda çarpimlariyla elde edilen isleç dönüsüm fonksiyonunun giris verisinin Fourier Transformunun üzerindeki etkisine karsilik gelir.

Temel olarak bakildiginda kayan ortalama;

$\bar{f}_i(x_0)=\frac{1}{2n+1}\sum f(x_i-n)$ Bagintisi ile gösterilir

$\downarrow$

L isleç boyu

Bir kayan ortalama isleci yâda bir süzgecin degisik frekanslardaki davranisini gösteren grafiklere o islecin yâda süzgecin “Frekans karakteristigi” adi verilir. Bunlar gerçekte isleç yâda süzgecin katsayilar ayrik fonksiyonunun(islecin impuls tepksi)Fourier spektrumundan ibarettir. Basit bir kayan ortalama islemini yeniden

$$y(k) = \sum_{j=0}^{R-1} c_j x(k-j), k = 0,\mp1,\mp2,\mp3....$$

Bagintisi ile gösterelim. Burada c_j ,j=0,1,2,3 islecin katsayilarini x(k-j) gözlemsel degerleri y(k) ise yuvarlatilmis degerleri göstermektedir. Basit ortalama durumunda

$$c_0 = c_1 = c_2 = ...c_R = \frac{1}{R}$$

$y(k) = \dfrac{1}{R}\sum_{j=0}^{R-1} x(k-j)$ olur. Bu tür isleme evrisim(konvolusyon)denir. Yani ardisik toplamdir.

Basit kayan ortalama isleçlerin katsayilar fonksiyonu olarak sabit olup bunlarin frekans karakteristigi

$H(w) = \dfrac{1}{R}\sum_{j=0}^{R-1} e^{-iwj}$ Ile hesaplanir.

$$w = 2pf$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$H(w) = \frac{1}{R}\frac{\sin\dfrac{wR}{2}}{\sin\dfrac{w}{2}} e^{iw(\frac{R-1}{2})}$$

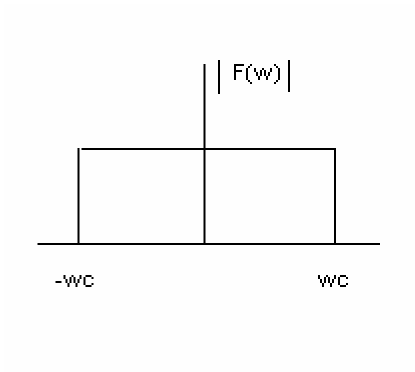
Bu baginti bir önceki y(k) ifadesinin F.T olup bunu gerçel kismi genlik spektrumudur. Sanal kismi ise faz spektrumudur. Genlik frekans karakteristigi

$$|H(w)| = \frac{1}{R}\frac{\sin\dfrac{wR}{2}}{\sin\dfrac{w}{2}}$$

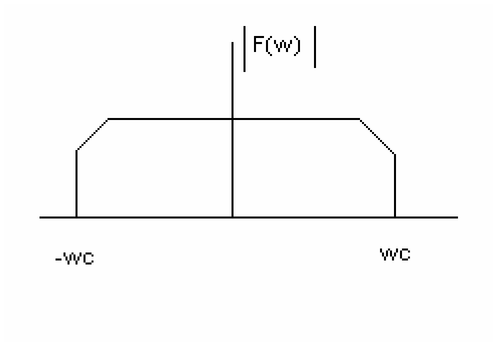
Örnek:

1) 6 noktali bir islecin katsayilarindan birini ikiye bölüp iki uca vererek 7 nokta isleci düzenleyip bu islecin katsayilarini yaziniz.
2) Bu islecin iki basit islecin toplami olarak gösteriniz, dönüsüm fonksiyonu hesaplayiniz.

Cevap:



$$\frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \rightarrow \text{ 6 noktali isleç}$$



$$\frac{1}{12} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{12} \rightarrow \text{7 noktali isleç}$$

Iki toplam $B_1 = \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \left\{\frac{7}{12}\right\}$

$$+\frac{12}{12} = 1$$

$$B_2 = 0 \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12} \quad 0 \quad \left\{\frac{5}{12}\right\}$$

$$H(w) = \frac{1}{R}\frac{\sin\frac{nw}{2}}{\sin\frac{w}{2}} \qquad H(w) = H_1(w) + H_2(w)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{12} \qquad H_1(w) = \frac{1}{12}\frac{\sin\frac{7w}{2}}{\sin\frac{w}{2}} \qquad H_2(w) = \frac{1}{12}\frac{\sin\frac{5w}{2}}{\sin\frac{w}{2}}$$

$$N_1 = 7 \qquad H_1(f) = \frac{1}{12}\frac{\sin 7.2p\frac{f}{2}}{\sin 2p\frac{f}{2}} \qquad H_2(f) = \frac{1}{12}\frac{\sin 5.2p\frac{f}{2}}{\sin 2p\frac{f}{2}}$$

$N_2 = 5$

$$H(f) = \frac{1}{12}\frac{\sin 7pf}{\sin pf} + \frac{1}{12}\frac{\sin 5pf}{\sin pf} = \frac{1}{12\sin pf}(\sin 7pf + \sin 5pf)$$

$$\sin(a + b) + 8\sin(a - b) = 2\sin a \cos b$$

$$\sin 7pf + \sin 5pf \rightarrow \sin(6pf + pf) + \sin(6pf - pf)$$

$$= 2\sin 6pf \cos pf$$

$$H(f) = \frac{1}{12}\frac{2\sin 6pf \cos pf}{\sin pf} = \frac{1}{6}\sin 6pf \cos pf$$