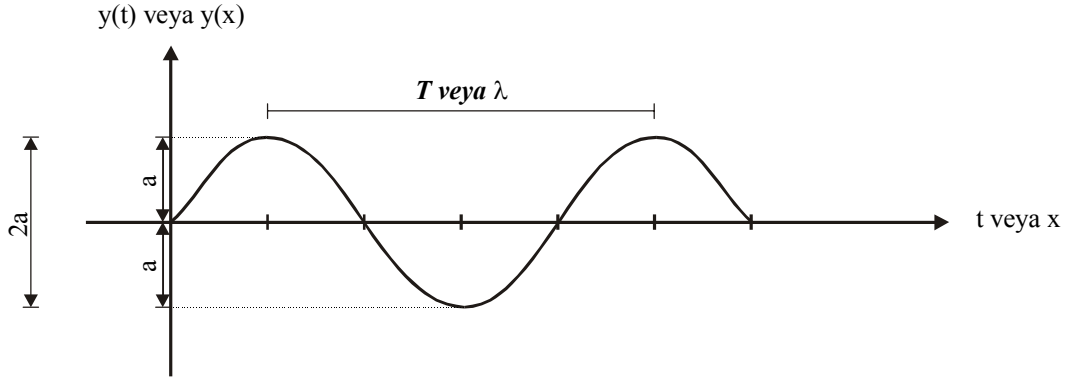


BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1 Sinyal

Bir sistemin durum ve davranış bilgilerini taşıyan, bir veya daha fazla değişken ile tanımlanan bir fonksiyon olup veri işleminde dalga olarak adlandırılır. Bir dalga, **genliği**, **dalga boyu (veya periyodu)** ve **fazı** ile tanımlanır (Şekil 1.1).



Şekil 1.1 Dalga. **a** genlik, **T** periyod (veya λ dalga boyu)

Örnek:Merkezi etrafında sabit bir hızla dönen r yarıçaplı bir diskin kenarındaki itme koluna bağlanmış bir kalem, bir mesnet içerisinde aşağı yukarı hareket edebilsin. Kalem, bu mesnetin altında sabit hızla hareket eden kağıt üzerine bir sinüs dalgası çizer (Şekil 1.2a).

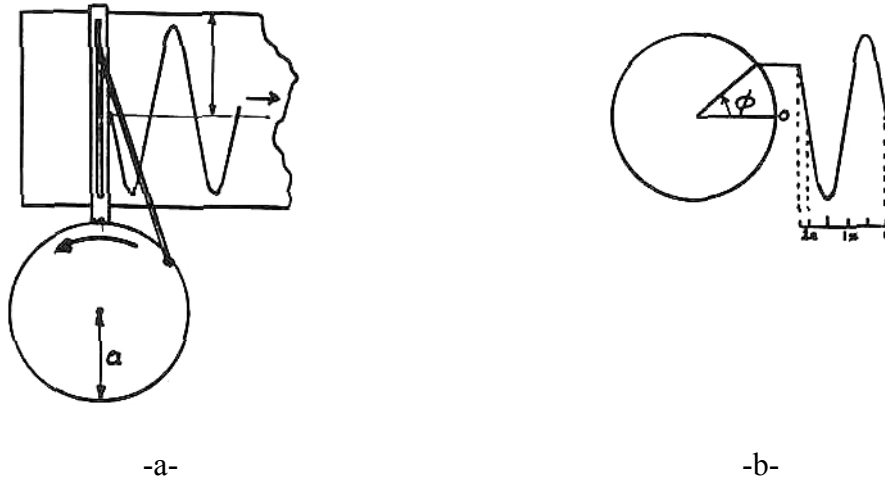
Bu sinüs dalgasının; genliği (a) diskin yarıçapına eşittir ve periyodu ise diskin dönme hızının bir fonksiyonudur. Bu sinüs dalgasına, yukarıda anlatılan mekanik sistemin davranış bilgisini veren bir sinyal gözü ile bakılabilir. Böyle bir sinyalin herhangi bir pozisyondaki genlik değeri

$$y = a \sin \phi \quad (1.1)$$

ya eşittir. Bu düzenekte, tam bir dalga şeklinin çizilmesi için disk 360° (veya 2π radyan)'lık tam bir devir yapmalıdır. Kalem, kağıt üzerinde herhangi bir konuma getirilerek sistem harekete geçirilsin. Sinüs dalgasının bu andaki faz açısı; kalemin başlangıç anındaki konumunu disk merkezine birleştiren doğrunun yatayla yaptığı açıya eşdeğerdir.(Şekil 1.2b'de ϕ açısı). Faz açısının değişimine, diğer bir deyişle kalemin konumuna, göre sinyalin şekli (Şekil 1.3)'de görülmektedir.

Mekanik sisteme bağlı kalemin kağıt üzerindeki herhangi bir x uzaklığından itibaren kayıda başladığı ve daha sonra hareketin durdurulduğu kabul edilsin. O andaki genlik

$$a' = a \sin \left[\frac{2\pi x}{T} + \alpha \right] \quad a' = a \sin \left[\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha \right] \quad (1.2)$$



Şekil 1.2 Doğrusal dönme hareketini bir sinüs dalgasına dönüştüren mekanik sistem,

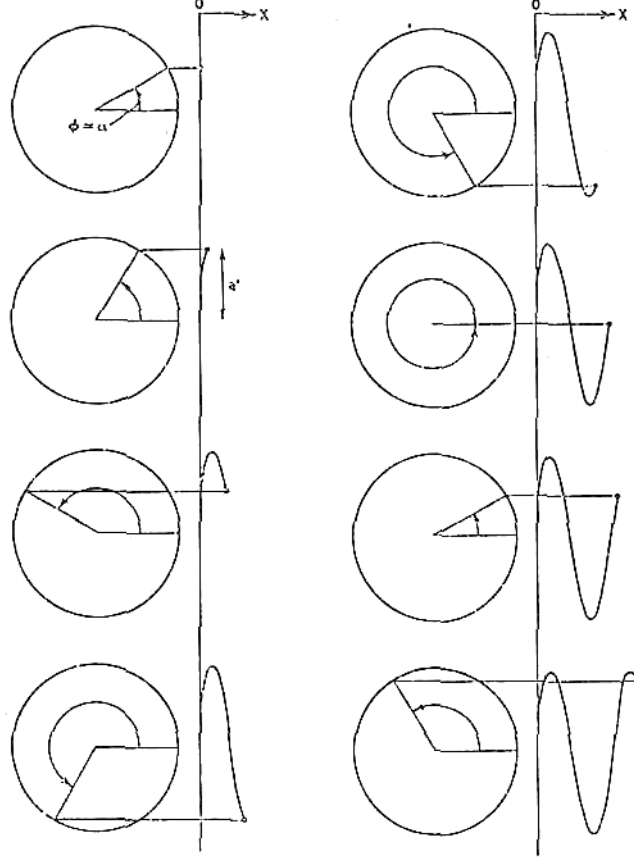
- Disk in yarıçapı ve her hangi bir konumunun yatay ile yaptığı açısının, sinüs dalgasının genlik ve faz açısı arasındaki ilişki,
- Disk tam bir devir yaptığıında açının 0 'dan 2π radyana kadar değiştiği görülmektedir (Davis, 1973).

olacaktır. (1.1) bağıntısı göz önüne alınacak olursa, faz açısı

$$\phi = \left[\frac{2\pi x}{T} + \alpha \right] \quad \phi = \left[\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha \right] \quad (1.3)$$

olarak hesaplanır. Burada dikkat edilmesi gereken en önemli konu başlangıç noktasında bir sabit olan $\phi = \alpha$ faz açısının daha sonraki bütün genlik ve faz hesaplamalarında sabit olarak görülmesidir. α sabiti; **faz, faz açısı (başlangıç fazı)** veya **faz sabiti** olarak bilinir.

Ayrıca bir sinüs dalgasının faz açısının yatay merkez çizgisinden ölçüldüğüne dikkat edilmelidir.

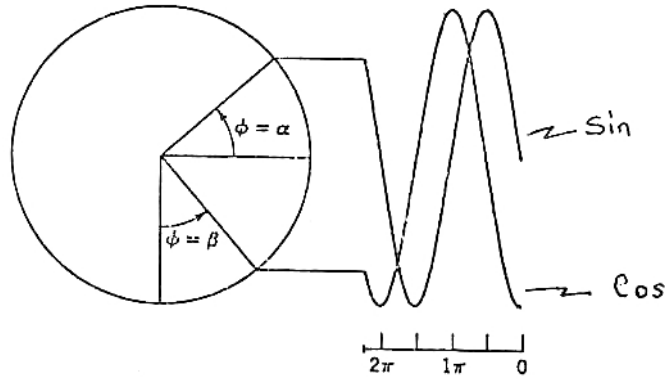


Şekil 1.3 Başlangıç değeri α 'dan faz açısının değişimi. Herhangi bir x_i uzaklıktaki genlik değeri $a' = a \cdot \sin(2\pi x_i / \lambda + \alpha)$ ve $\phi = (2\pi x_i / \lambda + \alpha)$

Faz ve faz farkı kavramının daha iyi anlaşılması için eşit periyodlu iki dalga kaynağının aynı anda dalga üretmeye başladığını varsayalım. Oluşan dalgalar aynı anda maksimum değere ulaşıyor ise bu iki kaynağın maksimum fazda olduğu söylenir. Eğer kaynaklardan birisi Δt süre gecikme ile dalga üretiyor ise bu kaynağın oluşturduğu dalgalar, maksimuma diğer kaynağın dalgalarına göre, Δt süre gecikme ile ulaşırlar. Bu gecikme T periyodunun kesri olarak ifade edilirse

$$p = \frac{\Delta t}{T}$$

$$p = \frac{\Delta x}{\lambda}$$



Şekil 1.4 Disk dönmesine bağlı olarak sinüs ve kosinüs dalgaları arasındaki ilişki. Sinüs ve kosinüs dalgalarının faz açıları sırası ile α ve β , Kayıt; $\phi = 0$ başlayıp 2π 'den daha büyük değerlere doğru devam edildiğini göstermektedir.

olur ve p 'ye faz farkı denir. Bu p değeri $0 < p < 1$ bağıntısını sağlar. $p=0$ veya $p=1$ ise iki kaynak **aynı fazda çalışıyor** $p=1/2$ ise iki kaynak **zıt fazda çalışıyor** denir.

Sinüs dalga şeklinin tanımına benzer şekilde, bir kosinüs dalgası diskin orijinindeki düşey çizgiden itibaren ölçülen β faz açısına sahip bir dalga olarak tanımlanabilir. Bu, yani kosinüs dalgası, sinüs dalgasının 90° (veya β radyan) ötesinde bir faza sahiptir. Yani aralarında 90° 'lik bir faz farkı vardır. Şekil 1.2'deki sinyal üreticisine bir başka kalem bağlanırsa (Şekil 1.4) hem sinüs hemde kosinüs dalgası aynı anda üretilebilir. Bu iki dalganın genlik ve dalga boyları aynı olacağına göre birbirlerinden ancak faz açısı ile ayrılabilirler.

1.2 Sinyal Parametreleri

Bir sinyalde; **genlik**, **periyod** (veya **dalga boyu**) ve **faz açısı** parametrelerinin üçü tam bir dalga şekli tanımlar (Şekil 1.1). Burada T periyod (veya λ dalga boyu) olup; birbirini izleyen eşdeğer genlikli iki nokta arasındaki zaman farkı veya bir sinyalde ard arda gelen iki tepe noktası arasındaki uzaklık olarak tanımlanır. Periyodun tersi frekans veya zamansal frekans(f_t) ve dalga boyunun tersi ise uzaysal frekans (f_x)

$$f_t = 1/T \quad f_x = 1/\lambda \quad (1.4)$$

olup birim zaman veya uzaklıktaki tam dalga şekillerinin sayısıdır. Zaman birimi saniye olarak alınırsa $f_t=f$ 'in birimi s^{-1} (yani Hertz) uzaklığın birimi metre alınırsa f_x 'in birimi m^{-1} 'dir. Sinyalin kendi kendisini düzenli olarak tam bir tekrarlama için gereksindiği zamana

sinyalin **periyodu** denir. Periyod terimi dalga boyuna eşdeğerdir. Fakat dalga boyunun uzaklık (metre gibi) birimiyle ölçülmesine karşılık, periyod zaman birimiyle (saniye gibi) ölçülür. Düzenli aralıklarla tekrarlanan sinyallere **periyodik** sinyaller denir.

Dalganın ilerleme doğrultusundaki hızı (çizgisel hız) v ise $f_t = \frac{v}{\lambda}$, $\lambda = vT$ dönüşümleri yapılabilir.

Bir dalga şeklinin en çukurundan en tepesine kadar olan yüksekliğin yarısına genlik (amplitüd) denir. Birbirinden farklı dalga şekilleri oluşturmak için genlik ve dalga boyu veya faz açısı değiştirilmelidir. (1.4) bağıntısı (1.2)'de yerine konularak yazılırsa herhangi bir x uzaklığındaki genlik;

$$a' = a \sin(2\pi kx + \phi) \quad (1.5)$$

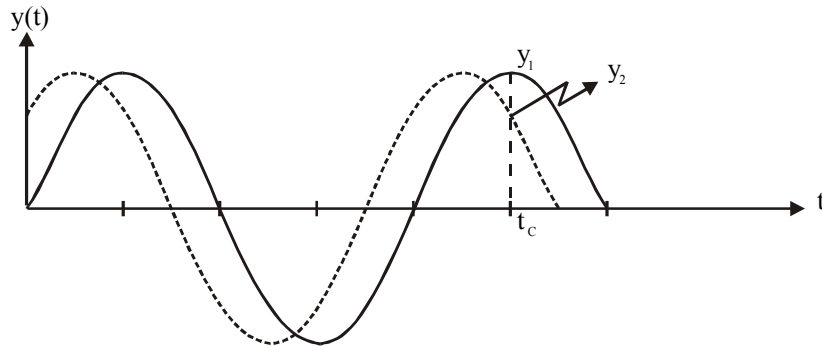
olur. Olay zamana bağlı olarak değişiyor ise (1.4) ile verilen $k=1/\lambda$ denkleminde dalga boyu λ yerine T periyodu gelecek ve frekans $f=1/T$ olacak ve (1.2) bağıntısında x yerine t gelecektir. Buna göre yukarıdaki denklem zamana bağlı olarak;

$$a' = a \sin(2\pi f t + \phi) \quad (1.6)$$

olacaktır. Fazdaki gecikme zamanda kaymaya neden olacaktır. Bu da

$$\Delta t = \phi / 2\pi f$$

bağıntısı ile verilip ϕ negatif ise $t=0$ 'a göre sağda, pozitif ise solda olur. Şekil 1.5'de genlik ve dalga boyları aynı olan ve biri diğerine göre biraz kaymış özdeş iki sinüs dalgası görülmektedir.



Şekil 1.5 Genlik ve dalga boyları aynı olan özdeş iki sinüs dalgası. İki dalga arasında sadece faz farkı vardır.

Genlik ve dalga boylarının aynı olmasına rağmen t zamanındaki iki sinyalin y_1 ve y_2 genlikleri birbirinden farklıdır. Bu fark tamamen iki dalga şekli arasındaki açıklığa karşılık gelir. Bu açıklık ise, her iki sinyalin faz açıları arasındaki farka eşdeğer olup iki sinyal arasındaki **faz farkı** olarak adlandırılırlar.

Dönen cisimler için olay ele alınacak olursa frekans açısının fonksiyonu olarak da tanımlanabilir. Buna göre,

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

olarak tanımlanır ve birim zamanda taranan açıdır. Benzer durum uzaklık boyutu için de geçerlidir. ω 'ya açısal (veya dairesel) frekans denir.

$$k = 2\pi f_x = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Burada da birim uzaklıkta taranan açı ifade edilmektedir. Burada k dalga sayısı olarak adlandırılır. k ve ω arasında $\omega = kv$ ilişkisi vardır.

Nicelik	Birimi	
Hız	Uzaklık/Zaman	$v = \frac{\omega}{k} = f\lambda = \frac{\lambda}{T}$
Peryod	Zaman	$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{v}$
Açısal frekans	Zaman ⁻¹	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = kv$
Frekans (çizgisel)	Zaman ⁻¹	$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda}$
Dalga boyu	Uzaklık	$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{v}{f} = vT$
Dalga sayısı	Uzaklık ⁻¹	$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v}$

1.3 Problemler

1. Peryodları $T_1=T_2=200$ ms olan iki sinyal arasında $t=16.6$ ms'lik bir zaman farkı ölçülmüştür. Bu iki sinyal arasındaki faz farkını bulunuz.

(Çözüm için $p = \frac{\Delta t}{T}$ eşitliğinden yararlanınız)

2. Frekansı 10 Hz olan bir sinyalin $t=0.08$ sn. deki faz açısını bulunuz.

(Çözüm için $\phi = \left[\frac{2\pi t}{T} + \alpha \right]$ eşitliğinden yararlanınız. Burada başlangıç fazının

verilmediğine dikkat ediniz)

3. Peryodu $T_1=50$ ms ve $T_2=20$ ms olan iki sinyal arasında $t=122$ ms deki faz farkını bulunuz.

4. Dalga boyu 30 m olan bir sinyalin $x=65$ m deki fazını hesaplayınız.

(Çözüm için $\phi = \left[\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha \right]$ eşitliğinden yararlanınız. Burada başlangıç fazının

verilmediğine dikkat ediniz)

5. Dalga boyu 30 m olan bir sinyalin $x=65$ m deki fazını hesaplayınız.

(Çözüm için $\phi = \left[\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha \right]$ eşitliğinden yararlanınız. Burada başlangıç fazının

verilmediğine dikkat ediniz)

Dalga boyları $\lambda_1=\lambda_2=200$ m olan iki sinyal arasında $x=34$ m'lik bir uzaklık farkı ölçülmüştür. Bu iki sinyal arasındaki faz farkını bulunuz.

(Çözüm için $p = \frac{\Delta x}{\lambda}$ eşitliğinden yararlanınız)

6. Başlangıç fazı 0° , 30° , 40° , 60° genikleri 2 cm ve frekansları 0.1 Hz olan sinüs dalgaları çizin.